Matemàtiques

Probabilitat

Exercicis · 7 exercicis

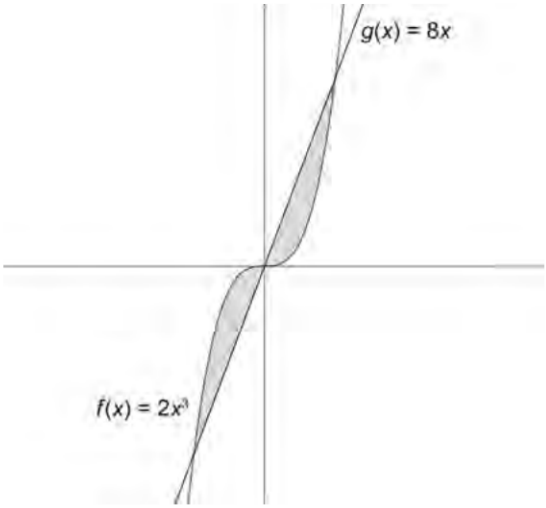
Proves d'accés a la universitat (PAU) de Catalunya. Ordenats del més recent al més antic.
Retalls dels exàmens i pautes oficials (selecat.cat / universitats.gencat.cat).

1. PAU 2026 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3

Exercici 3
[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	

Es vol construir un parc eòlic al Solsonès format per 10 aerogeneradors. L'empresa que els construirà està dissenyant les pales segons l'esquema següent, on x i $f(x)$ estan mesurats en metres (el dibuix no està a escala):



S'ha calculat que cadascun dels 10 aerogeneradors tindrà una potència de 100 MW. Degut a diversos factors, cadascun té una probabilitat del 10 % d'estar aturat, independentment de la resta d'aerogeneradors.

3.1. Quina és la probabilitat que s'arribi als 1 000 MW de potència total al parc?
[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	

3.2. Quina és la probabilitat que la potència total del parc superi els 150 MW?
[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	

3.3. Calculeu l'àrea de les pales d'un d'aquests aerogeneradors (part ombrejada al gràfic).
[1 punt]

Puntuació de l'apartat 3.3	

2. PAU 2026 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

Exercici 3
[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	

L'Ajuntament de Canet de Mar ha aconseguit 24 entrades gratuïtes per a un concert d'un grup de rock català, i ha decidit sortejar-les entre els veïns interessats a assistir-hi. Tots els veïns del poble seguidors d'aquest grup s'apunten al sorteig, i només al 16 % els toca una entrada. De la resta de seguidors del grup, sis setenes parts intenten comprar una entrada per la web, on la probabilitat d'aconseguir-ne és del 25 %.

3.1. Quantes persones d'aquest municipi tenen entrada per al concert?
[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	

3.2. Si escollim a l'atzar un veí de Canet seguidor d'aquest grup de rock i no té entrada per al concert, quina és la probabilitat que hagués intentat aconseguir-la via web?
[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	

3.3. El dia del concert, l'equip de so mesura el nivell de decibels generat pels crits entusiastes del públic durant els 5 minuts de durada de la cançó més famosa del grup; es pot aproximar per la funció següent:

$$S(t) = -t^3 + 12t^2 - 30t + 90, \qquad t \in [0, 5],$$

on t és el temps en minuts i $S(t)$ els decibels. Quan se superen els 100 decibels es considera que el públic està molt entregat i s'activen automàticament uns efectes lumínics especials. S'activaran en algun moment durant aquests cinc minuts? Si la resposta és afirmativa, calculeu en quin minut s'activen, aproximat a les dècimes.
[1 punt]

Puntuació de l'apartat 3.3	

3. PAU 2026 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

Exercici 3
[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	

En una ciutat s'ha estudiat la relació entre els hàbits de lectura i la pràctica d'esport en l'alumnat de batxillerat. Per a fer-ho, s'han formulat les dues preguntes següents a l'alumnat d'aquesta etapa educativa: «Llegeixes com a mínim dos llibres al mes?» i «Practiques algun esport almenys quatre hores a la setmana?»

Dels resultats de l'enquesta, es desprèn que el 60 % llegeixen com a mínim dos llibres al mes, dels quals el 70 % practiquen algun esport un mínim de quatre hores a la setmana. També s'observa que, d'entre els que no llegeixen un mínim de dos llibres al mes, el 50 % fan menys de quatre hores setmanals d'esport.

Si escollim a l'atzar un alumne/a de batxillerat d'aquesta ciutat:

3.1. Quina és la probabilitat que faci esport almenys quatre hores setmanals?
[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	

3.2. Si sabem que aquest alumne/a fa esport menys de quatre hores setmanals, quina probabilitat hi ha que llegeixi almenys dos llibres al mes?
[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	

L'Alba és una estudiant de batxillerat que ha anat anotant durant tot el curs quantes hores dedicava a la setmana a llegir i quantes a fer esport. Per a cada setmana té apuntat un nombre real x que correspon a la quantitat d'hores de lectura i que oscil·la entre 1 i 6, i un nombre real y que correspon a la quantitat d'hores de pràctica esportiva. Ha observat que la relació $y = 7 - x + \ln(2x - 1)$ s'ajusta força bé a les dades que ha anotat.

3.3. Calculeu, segons aquest model, quin és el màxim i el mínim d'hores per setmana que l'Alba ha dedicat a practicar esport.
[1 punt]

Puntuació de l'apartat 3.3	

4. PAU 2025 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 3

Exercici 3

La lesió per sesamoïditis (inflamació de l'os sesamoide del peu) és relativament habitual entre la població que practica esports d'impacte (atletisme, bàsquet, tennis…). En una població d'esportistes, s'ha fet un estudi diferenciant entre els que practiquen esports d'impacte i els que practiquen esports sense impacte brusc (com ara natació, pilates, senderisme…). S'ha pogut determinar que el 45 % practiquen esports d'impacte. Entre aquests, un 10 % pateixen lesions per sesamoïditis, mentre que entre els que no practiquen esports d'impacte només un 3 % presenten aquesta lesió. Escollim un esportista a l'atzar.

a) Quina és la probabilitat que pateixi sesamoïditis?
[0,75 punts]

b) Si l'esportista escollit té una lesió per sesamoïditis, quina és la probabilitat que practiqui esports d'impacte?
[0,75 punts]

Una empresa de calçat esportiu ha creat una sabatilla amb amortiment per a minimitzar les lesions per sesamoïditis. Els beneficis generats per la venda d'aquest producte, en milers d'euros, segueixen una funció de la forma $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, on x són els anys transcorreguts des que la sabatilla va sortir a la venda i a, b i c són constants reals.

c) Calculeu els valors de a, b i c sabent que el primer any es van obtenir el màxim de beneficis, amb un valor de 8 000 euros, i que el segon any va haver-hi un punt d'inflexió en els beneficis.
[1 punt]

5. PAU 2025 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

Exercici 3

Una empresa produeix dos tipus de peces, de ferro i d'acer. El 60 % de la producció total correspon a peces de ferro i la resta són d'acer. Sabem que el 95 % de les peces de ferro produïdes no tenen cap defecte, mentre que el 3 % de les peces d'acer són defectuoses.

a) Si agafem una peça a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui defectuosa?
[0,75 punts]

b) L'empresa aviat diversificarà la producció i començarà a produir també peces de titani, que es vendran en paquets de 5. Si la probabilitat que una peça de titani sigui defectuosa és un valor desconegut p, i cada peça és defectuosa independentment de les altres, comproveu que l'expressió que ens dona la probabilitat que en un paquet de 5 peces n'hi hagi exactament 4 de defectuoses (en funció de p) és $f(p) = 5(p^4 - p^5)$.
[0,75 punts]

c) Considereu la funció $f(p)$ de l'apartat anterior. Determineu el valor màxim que pren $f(p)$ quan $p \geq 0$.
[1 punt]

6. PAU 2024 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 4

4. S'estima que el 20 % dels habitants d'una regió pateix algun tipus d'arrítmia. Per a diagnosticar-la, hi ha la possibilitat de col·locar al pacient un monitor Holter, que detecta l'arrítmia en un 95 % dels casos de persones que la pateixen, però que també dona falsos positius, per motius elèctrics, en persones que no pateixen arrítmies en un 0,5 % dels casos.

***a*)** Si escollim 4 persones a l'atzar, quina és la probabilitat que almenys una d'elles pateixi arrítmies?

[0,75 punts]

***b*)** Quina és la probabilitat que una persona escollida a l'atzar obtingui un diagnòstic positiu d'arrítmia?

[0,75 punts]

***c*)** Si una persona obté un diagnòstic negatiu a la prova del Holter, quina és la probabilitat que realment pateixi arrítmies?

[1 punt]

7. PAU 2024 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. L'Andreu posa les nou boles que es mostren a continuació dins d'una bossa.



***a*)** A continuació, treu de la bossa dues boles a l'atzar, una darrere l'altra i sense reemplaçament (és a dir, no retorna a la bossa la primera bola abans de treure la segona).

— Calculeu la probabilitat que la primera bola sigui una A o una E.

[0,5 punts]

— Calculeu la probabilitat que les dues boles siguin diferents.

[0,75 punts]

***b*)** L'Andreu torna a posar totes les boles a la bossa i en treu cinc a l'atzar, una darrere l'altra, però ara amb reemplaçament (és a dir, ara sí que retorna a la bossa cada bola extreta abans d'agafar la següent).

— Calculeu la probabilitat que no hagi tret cap A.

[0,5 punts]

— Calculeu la probabilitat que hagi tret almenys dues A.

[0,75 punts]