Matemàtiques

Matrius i sistemes d'equacions lineals

Exercicis · 123 exercicis

Proves d'accés a la universitat (PAU) de Catalunya. Ordenats del més recent al més antic.
Retalls dels exàmens i pautes oficials (selecat.cat / universitats.gencat.cat).

1. PAU 2026 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 2

Exercici 2
[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 2	

Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left.\begin{aligned} 2x+ky+z&=3\\ -x+2y+2z&=1\\ x+y+z&=2 \end{aligned}\right\},$$

on k és un paràmetre real.

2.1. Discutiu el sistema en funció del paràmetre k.
[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.1	

2.2. Resoleu el sistema per a tots els valors de k i comproveu que, per a $k \neq 1$, la solució no depèn de k.
[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.2	

2.3. Interpreteu geomètricament el resultat dels apartats anteriors.
[0,5 punts]

Puntuació de l'apartat 2.3	

2. PAU 2026 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

Exercici 2
[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 2	

Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que està format per tres plans a l'espai i depèn del paràmetre real m:

$$\left.\begin{aligned} x+my+z&=4\\ x+3y+z&=5\\ mx+y+z&=4 \end{aligned}\right\}.$$

2.1. Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre m.
[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.1	

2.2. Interpreteu geomètricament aquest sistema per a tots els valors del paràmetre m i resoleu-lo, si és possible, per al cas $m = 1$.
[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.2	

2.3. Per a $m = 1$, és possible afegir una quarta equació de manera que el sistema resultant sigui compatible determinat i tingui com a solució $(x, y, z) = \left(3, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$? Raoneu la resposta.
[0,5 punts]

Puntuació de l'apartat 2.3	

3. PAU 2026 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

Exercici 2

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 2	

Considereu les matrius $\boldsymbol{M}=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ k-1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{N}=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ k-1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, on k és un nombre real qualsevol.

2.1. Calculeu els valors de k per als quals $\boldsymbol{MN}$ és invertible.

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 2.1	

2.2. Calculeu els valors de k per als quals $\boldsymbol{NM}$ és invertible.

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 2.2	

2.3. Estudieu per a quins valors reals de m, n i k el sistema $\boldsymbol{M}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$ és compatible indeterminat.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 2.3	

4. PAU 2025 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 2

Exercici 2

Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left.\begin{aligned} x+3y+z&=5 \\ mx+2z&=0 \\ my-z&=m \end{aligned}\right\}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre m.

[1,25 punts]

b) Resoleu el sistema per a $m=1$.

[0,5 punts]

c) Resoleu el sistema quan aquest tingui infinites solucions.

[0,75 punts]

5. PAU 2025 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

Exercici 2

Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left.\begin{aligned} y - z &= p + 3 \\ p^2 x - z &= 5 \\ x - y &= 3 \end{aligned}\right\}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre p.
[1,25 punts]

b) Resoleu el sistema per al cas $p = -1$.
[0,5 punts]

c) Per al cas $p = -1$, hi ha alguna solució que compleixi, a més, $xy = 10$? En cas afirmatiu, indiqueu quantes n'hi ha i trobeu-les totes.
[0,75 punts]

6. PAU 2024 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions següent, on m és un paràmetre real:

$$\left.\begin{aligned} x - 3y + mz &= -2 \\ x + my + 2z &= 3 \\ x + y + 2z &= m \end{aligned}\right\}$$

a) Discutiu el sistema segons el valor del paràmetre m.
[1,25 punts]

b) Trobeu la solució del sistema per a $m = 0$.
[0,5 punts]

c) Per a $m = 2$, doneu una solució (x, y, z) del sistema que, a més a més, compleixi $x = 5y$.
[0,75 punts]

7. PAU 2024 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left.\begin{aligned} 4x + 2y - z &= 4 \\ x - y + kz &= 3 \\ 3x + 3y &= 1 \end{aligned}\right\},$$

on k és un paràmetre real.

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre k, i resoleu-lo per a $k = 0$.
[1 punt]

***b*)** Resoleu el sistema per a $k=-1$.
[0,75 punts]

***c*)** Per a $k=-1$, modifiqueu la tercera equació de manera que el sistema esdevingui incompatible. Justifiqueu la resposta.
[0,75 punts]

8. PAU 2023 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 1

1. Siguin $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ i la matriu identitat d'ordre dos $\boldsymbol{I}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

***a*)** Comproveu que $(\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{I})^2=3\boldsymbol{I}$.
[0,5 punts]

***b*)** Utilitzant la igualtat de l'apartat anterior, trobeu la matriu inversa de la matriu $\boldsymbol{A}$ en funció de les matrius $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{I}$, i comproveu que coincideix amb la matriu $\boldsymbol{B}$.
[1,25 punts]

***c*)** Calculeu la matriu $\boldsymbol{X}$ que satisfà la igualtat $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}$.
[0,75 punts]

9. PAU 2023 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Sigui el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} 2x+y=1+z \\ my+z=2-x \\ mz+3=3x+y \end{cases}$, en què m és un nombre real.

***a*)** Discutiu el sistema segons els valors del paràmetre m.
[1,25 punts]

***b*)** Resoleu el sistema, si té solució, per al cas $m=1$.
[1,25 punts]

10. PAU 2023 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Considereu les dues matrius següents:

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

***a*)** Calculeu les matrius $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ i $\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$.
[1,5 punts]

***b*)** Siguin $\boldsymbol{C}$ i $\boldsymbol{D}$ dues matrius quadrades del mateix ordre que satisfan $\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{D}=\boldsymbol{C}$ i $\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{C}=\boldsymbol{D}$. Comproveu que les dues matrius, $\boldsymbol{C}$ i $\boldsymbol{D}$, són idempotents.
[1 punt]

NOTA: Una matriu quadrada s'anomena *idempotent* si coincideix amb el seu quadrat.

11. PAU 2023 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. Sigui el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real λ:

$$\begin{cases} x+2\lambda y+(2+\lambda)z=0 \\ (2+\lambda)x+y+2\lambda z=3 \\ 2\lambda x+(2+\lambda)y+z=-3 \end{cases}$$

***a*)** Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre λ.
[1,25 punts]

***b*)** Per al cas $\lambda=-1$, resoleu el sistema, interpreteu-lo geomètricament i identifiqueu-ne la solució.
[1,25 punts]

12. PAU 2023 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions lineals

$$\left.\begin{aligned} x-y+kz&=-1 \\ x+ky+z&=3 \\ 2x+(k-1)y+2z&=2 \end{aligned}\right\},$$

en què k és un paràmetre real.

***a*)** Discutiu el sistema en funció del valor de k.
[1,5 punts]

***b*)** Resoleu el sistema per a $k=0$ i per a $k=1$.
[1 punt]

13. PAU 2023 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 5

5. Considereu la família S de matrius de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, en què $a, b \in \mathbb{R}$.

***a*)** Calculeu $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$.
[1,25 punts]

***b*)** Trobeu totes les matrius de la família S, és a dir, de la forma $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, que verifiquin la igualtat $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat d'ordre 2.
[1,25 punts]

14. PAU 2022 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 3

3. Considereu la matriu $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & a & 3 \\ 2a & 5 & 3a \\ 7 & 4a & 9 \end{pmatrix}$, que depèn del paràmetre a.

***a*)** Calculeu el rang de la matriu $\boldsymbol{A}$ per als diferents valors del paràmetre a.
[1,25 punts]

***b*)** Si $\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, resoleu l'equació matricial següent: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}\cdot\boldsymbol{X}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
[1,25 punts]

15. PAU 2022 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 5

5. Sigui la matriu $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 2 & a+1 & a-1 \\ 2a+1 & 0 & -a-3 \end{pmatrix}$, en què a és un paràmetre real.

***a*)** Calculeu els valors del paràmetre a per als quals la matriu $\boldsymbol{A}$ és invertible.
[1,25 punts]

***b*)** Per al cas $a=3$, resoleu l'equació $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{X}=\boldsymbol{B}-3\boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.
[1,25 punts]

16. PAU 2022 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real a:

$$\begin{cases} ax+2y+3z=2 \\ 2x+ay+z=a \\ x+y+4z=1 \end{cases}$$

***a*)** Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre a.
[1,5 punts]

***b*)** Resoleu, si és possible, el sistema per al cas $a=2$.
[1 punt]

17. PAU 2022 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 5

5. Sigui la matriu $\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$, que depèn dels paràmetres a, b i c.

a) Calculeu les matrius $\boldsymbol{X}$ tals que $\boldsymbol{X}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

[1,5 punts]

b) Determineu els valors de a, b i c perquè la matriu inversa de $\boldsymbol{X}$ sigui $\boldsymbol{X}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

[1 punt]

18. PAU 2022 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Siguin les matrius $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Comproveu que $\boldsymbol{C}^3 = \boldsymbol{I}_2$, en què $\boldsymbol{I}_2$ és la matriu identitat d'ordre 2, i deduïu que la matriu $\boldsymbol{C}$ és invertible i que $\boldsymbol{C}^{-1} = \boldsymbol{C}^2$. Calculeu $\boldsymbol{C}^{2022}$.

[1,5 punts]

b) Resoleu l'equació matricial $\boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{A} - 2\boldsymbol{I}_2$.

[1 punt]

19. PAU 2022 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'equacions lineals

$$\left.\begin{aligned} 2x - y + 3z &= 0 \\ my + (3-m)z &= -6 \\ 2x - y + mz &= 6 \end{aligned}\right\},$$

en què m és un paràmetre real.

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre m.

[1,25 punts]

b) Resoleu el sistema, si és possible, quan $m = 0$ i quan $m = 3$. En cada cas, doneu la posició relativa dels tres plans a $\mathbb{R}^3$.

[1,25 punts]

20. PAU 2021 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 1

1. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real k:

$$\begin{cases} x + ky + z = 3 + k \\ kx + y + z = 4 \\ x + 3y + z = 5 \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre k.
[1,25 punts]

b) Resoleu, si és possible, el sistema per al cas $k = 1$, i feu-ne una interpretació geomètrica.
[1,25 punts]

21. PAU 2021 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Sigui la matriu $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a & a & 0 \\ 2 & a+1 & a-1 \\ 2a+1 & 0 & -a-3 \end{pmatrix}$, en què a és un paràmetre real.

a) Trobeu per a quins valors de a la matriu $\boldsymbol{A}$ és invertible.
[1 punt]

b) Comproveu que, per al cas $a = 3$, la matriu $\boldsymbol{A}$ és invertible i resoleu l'equació matricial $\boldsymbol{A}\,\boldsymbol{X} = \boldsymbol{B} - 3\boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{B}$ és la matriu $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.
[1,5 punts]

22. PAU 2021 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real p:

$$\begin{cases} px + y + z = 2 \\ 2x + py + p^2 z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre p.
[1,5 punts]

b) Resoleu, si és possible, el sistema per al cas $p = 2$.
[1 punt]

23. PAU 2021 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 5

5. ***a)*** Donada la matriu $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&0&1\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$, resoleu l'equació matricial $\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{X}=\boldsymbol{A}-3\boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat.

[1,25 punts]

b) Una matriu quadrada $\boldsymbol{M}$ satisfà que $\boldsymbol{M}^3-3\boldsymbol{M}^2+3\boldsymbol{M}-\boldsymbol{I}=0$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat. Justifiqueu que $\boldsymbol{M}$ és invertible i expresseu la inversa de $\boldsymbol{M}$ en funció de les matrius $\boldsymbol{M}$ i $\boldsymbol{I}$.

[1,25 punts]

24. PAU 2021 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Considereu les matrius $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&1\\-3&4\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}5&1\\0&7\end{pmatrix}$.

a) Raoneu que la matriu $\boldsymbol{B}$ és invertible i després calculeu $\boldsymbol{B}^{-1}$.

[1,25 punts]

b) Calculeu la matriu $\boldsymbol{X}$ que satisfà la igualtat $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{X}=\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{A}$.

[1,25 punts]

25. PAU 2021 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 5

5. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real a:

$$\begin{cases}x+2y+az=8\\2x+y-az=1\\3x-3az=1\end{cases}$$

a) Comproveu que, per a qualsevol valor del paràmetre a, el sistema d'equacions lineals no té solució.

[1,25 punts]

b) Interpreteu geomètricament el sistema d'equacions lineals. Feu un dibuix esquemàtic que representi la posició relativa dels tres plans.

[1,25 punts]

26. PAU 2020 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Sigui la matriu $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}a&-3&0\\4&a-7&1\\1&-1&-1\end{pmatrix}$, en què a és un paràmetre real.

a) Estudieu el rang de la matriu $\boldsymbol{A}$ per als diferents valors del paràmetre a.

[1,25 punts]

***b*)** Comproveu que per a $a = 4$ la matriu $\boldsymbol{A}$ és invertible i que es verifica que $\boldsymbol{A}^{-1} = \boldsymbol{A}^2$.
[1,25 punts]

27. PAU 2020 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real k:

$$\begin{cases} 5x + y + 4z = 19 \\ kx + 2y + 8z = 28 \\ 5x + y - kz = 23 + k \end{cases}$$

***a*)** Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre k.
[1,25 punts]

***b*)** Resoleu, si és possible, el sistema per al cas $k = 0$.
[1,25 punts]

28. PAU 2020 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Sigui la matriu $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

***a*)** Trobeu la matriu $\boldsymbol{X}$ que satisfà l'equació $\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{I} - 3\boldsymbol{X}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat d'ordre 2.
[1,25 punts]

***b*)** Comproveu que la matriu $\boldsymbol{X}$ és invertible i calculeu-ne la matriu inversa.
[1,25 punts]

29. PAU 2020 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

1. Sigui $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}$, en què a és un paràmetre real.

***a*)** Determineu el rang de la matriu $\boldsymbol{A}$ en funció del paràmetre a.
[1,25 punts]

***b*)** Comproveu que $\det(\boldsymbol{A}^2 + \boldsymbol{A}) = 0$.
[1,25 punts]

30. PAU 2020 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\begin{cases} ax + y = a \\ x + ay + z = 5 \\ x + 2y + z = 5 \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre a.
[1,25 punts]

b) Resoleu el sistema per al cas $a = 2$.
[1,25 punts]

31. PAU 2019 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 2

2. Considereu la matriu $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a-1 \\ 1 & a & 1 \\ 4 & 3a & 1 \end{pmatrix}$, en què a és un paràmetre real.

a) Trobeu els valors del paràmetre a per als quals la matriu és invertible.
[1 punt]

b) Discutiu la posició relativa dels plans π_1: $x + (a-1)z = 0$, π_2: $x + ay + z = 1$ i π_3: $4x + 3ay + z = 3$ en funció dels valors del paràmetre a.
[1 punt]

32. PAU 2019 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Siguin les matrius $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}$ i $\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}$.
[1 punt]

b) Justifiqueu que si el producte de dues matrius quadrades no nul·les té per resultat la matriu nul·la, aleshores el determinant de totes dues matrius ha de ser zero.
[1 punt]

33. PAU 2019 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real k:

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = -1 \\ x + k^2 y + 3z = 2k \\ 3x + 7y + 7z = k - 3 \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre k.
[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $k = -1$.
[1 punt]

34. PAU 2019 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Sigui la matriu $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 0 \end{pmatrix}$, en què a és un paràmetre real.

a) Calculeu per a quins valors del paràmetre a se satisfà la igualtat $\boldsymbol{M}^2 - \boldsymbol{M} - 2\boldsymbol{I} = \boldsymbol{0}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat i $\boldsymbol{0}$ és la matriu nul·la, totes dues d'ordre 2.

[1 punt]

b) Fent servir la igualtat de l'apartat anterior, trobeu una expressió general per a calcular la matriu inversa de la matriu $\boldsymbol{M}$ i, a continuació, calculeu la inversa de $\boldsymbol{M}$ per al cas $a = \sqrt{2}$.

[1 punt]

35. PAU 2019 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real a:

$$\begin{cases} ax + 7y + 5z = 0 \\ x + ay + z = 3 \\ y + z = -2 \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre a.

[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $a = 2$.

[1 punt]

36. PAU 2018 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real a:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + ay = 2a \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre a.

[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $a = 1$.

[1 punt]

37. PAU 2018 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Sigui la matriu $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ \alpha & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, en què α és un paràmetre real.

a) Hi ha algun valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $\boldsymbol{A}$ no tingui inversa per a aquest valor?

[1 punt]

b) Calculeu la matriu inversa de $\boldsymbol{A}^2$ per a $\alpha = 0$.

[1 punt]

38. PAU 2018 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

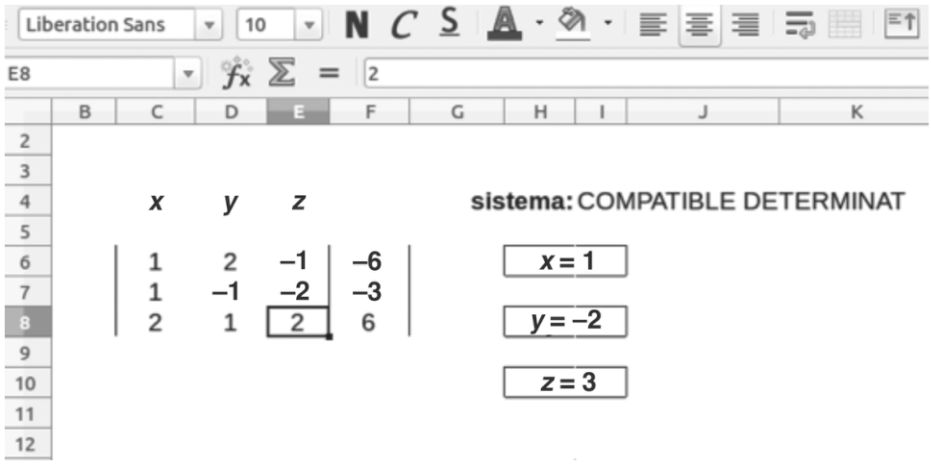
1. Siguin les matrius $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ t & 2 \end{pmatrix}$ i $N = \begin{pmatrix} -1 & t & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu $M \cdot N$ i comproveu que la matriu resultant no és invertible.
[1 punt]

b) Trobeu els valors de t per als quals la matriu $N \cdot M$ és invertible.
[1 punt]

39. PAU 2018 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Uns estudiants de batxillerat han programat un full de càlcul com el de la figura següent que dona la solució d'un sistema d'equacions compatible determinat d'una manera automàtica:



a) Escriviu el sistema i comproveu que els valors proposats com a solució són correctes.
[1 punt]

b) Quin valor s'hauria de posar en lloc del 2 que està emmarcat en la imatge, corresponent a la cel·la E8 (a_{33} de la matriu de coeficients), perquè el sistema fos incompatible?
[1 punt]

40. PAU 2018 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Considereu el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} 6x + 3y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 6z = 3 \\ x + 3y + 2z = m \end{cases}$, per a $m \in \mathbb{R}$.

a) Expliqueu raonadament que per a qualsevol valor del paràmetre m el sistema té una única solució.
[1 punt]

b) Resoleu el sistema i trobeu l'expressió general del punt solució.
[1 punt]

41. PAU 2018 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Considereu la matriu $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Si $\boldsymbol{I}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és la matriu identitat d'ordre 3, calculeu per a quins valors de k la matriu $\boldsymbol{A}+k\boldsymbol{I}$ té inversa. Trobeu, si existeix, la matriu inversa de $\boldsymbol{A}-2\boldsymbol{I}$.

[1 punt]

b) Calculeu la matriu $\boldsymbol{X}$ que satisfà l'equació $\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathsf{T}}=2\cdot\boldsymbol{X}$, en què $\boldsymbol{A}^{\mathsf{T}}$ és la matriu transposada de la matriu $\boldsymbol{A}$.

[1 punt]

42. PAU 2017 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Siguin les matrius $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & -4 & 3 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Comproveu que satisfan la igualtat $\boldsymbol{A}^2-\frac{1}{2}\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat d'ordre 3.

[1 punt]

b) Fent servir la igualtat anterior, trobeu la matriu inversa de $\boldsymbol{A}$: $\boldsymbol{A}^{-1}$.

[1 punt]

43. PAU 2017 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x+y-z=1 \\ 2x+ay=2a \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre real a.

[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $a=2$.

[1 punt]

44. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

1. Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre λ:

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = 0 \\ y + z = 10 \\ 2\lambda x - y + 5\lambda z = 30 \end{cases}$$

a) Estudieu per a quins valors del paràmetre λ el sistema és incompatible.
[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $\lambda = 1$.
[1 punt]

45. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. Sabem que el sistema d'equacions lineals següent té una única solució:

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + az = 1 \\ y + z = a \end{cases}$$

a) Comproveu que $a \neq 0$.
[1 punt]

b) Trobeu la solució del sistema en funció del paràmetre a.
[1 punt]

46. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Considereu les matrius quadrades d'ordre 2 de la forma $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y^2+1 & x \end{pmatrix}$, amb x i y nombres reals.

a) Comproveu que la matriu $\boldsymbol{M}$ és sempre invertible, independentment dels valors de x i de y.
[1 punt]

b) Per a $x = 1$ i $y = -1$, calculeu $\boldsymbol{M}^{-1}$.
[1 punt]

47. PAU 2017 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

2. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + kz = 1 \\ x + (k+1)y + z = k^2 - 4 \end{cases}$$

en què k és un paràmetre real.

a) Discutiu el sistema per als diferents valors de k.

[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $k = -2$.

[1 punt]

48. PAU 2017 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. Considereu la matriu $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu les potències $\boldsymbol{A}^2$, $\boldsymbol{A}^3$ i $\boldsymbol{A}^6$.

[1 punt]

b) Calculeu la inversa de la matriu $\boldsymbol{A}^5$.

[1 punt]

49. PAU 2017 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 5

5. Sigui $\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & a^2 \end{pmatrix}$ la matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals.

a) Discutiu el sistema segons els valors del paràmetre a, i interpreteu el resultat geomètricament.

[1 punt]

b) Per a $a = 1$ trobeu la forma paramètrica del pla solució i doneu un punt i dos vectors directors d'aquest pla.

[1 punt]

50. PAU 2016 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Tres nombres, x, y i z, compleixen dues condicions: que el primer és la suma dels altres dos, i que el segon és la suma de la meitat del primer i el doble del tercer.

a) Comproveu que el càlcul dels tres nombres, x, y i z, té una infinitat de solucions.

[1 punt]

b) Trobeu una expressió general de les solucions.

[1 punt]

51. PAU 2016 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Responeu a les qüestions següents:

a) Trobeu l'única matriu de la forma $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ a & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ que satisfà que $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{A}$, i comproveu que $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}$ no són invertibles.
[1 punt]

b) Justifiqueu raonadament que si $\boldsymbol{A}$ és una matriu quadrada d'ordre n diferent de la matriu nul·la, 0, i de la matriu identitat, $\boldsymbol{I}$, i satisfà la igualtat $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{A}$, aleshores les matrius $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}$ no són invertibles.
[1 punt]

52. PAU 2016 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

1. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left.\begin{aligned} 2x+4y+4z&=4k-7\\ 2x-ky&=-1\\ -2x&=k+1 \end{aligned}\right\}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre real k.
[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $k=0$.

53. PAU 2016 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Responeu a les qüestions següents:

a) Calculeu totes les matrius de la forma $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ m & -2 \end{pmatrix}$ que satisfan la igualtat $\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{A}=2\boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat, $\boldsymbol{I}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
[1 punt]

b) Justifiqueu que si $\boldsymbol{A}$ és una matriu quadrada que compleix la igualtat $\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{A}=2\boldsymbol{I}$, aleshores $\boldsymbol{A}$ és invertible, i calculeu l'expressió de $\boldsymbol{A}^{-1}$ en funció de les matrius $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{I}$.
[1 punt]

54. PAU 2016 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Considereu el sistema d'equacions lineals $\begin{pmatrix} -4 & -1 & -5 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$. Expliqueu raonadament si les afirmacions següents són vertaderes o falses:

a) Si $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, el sistema és compatible determinat i la solució és $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

[1 punt]

b) Si $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, el sistema és compatible indeterminat.

[1 punt]

55. PAU 2016 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. Sigui $\boldsymbol{A}$ una matriu quadrada d'ordre n que satisfà la igualtat $\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I})=\boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat.

a) Justifiqueu que la matriu $\boldsymbol{A}$ és invertible i que $\boldsymbol{A}^{-1}=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}$.

[1 punt]

b) Calculeu el valor de a que fa que la matriu $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ compleixi la igualtat $\boldsymbol{A}\cdot(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I})=\boldsymbol{I}$. Calculeu $\boldsymbol{A}^{-1}$ i comproveu que es correspon amb la matriu calculada a partir del resultat de l'apartat anterior.

[1 punt]

56. PAU 2015 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Sigui la matriu $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & -a \end{pmatrix}$.

a) Determineu per a quins valors de a existeix $\boldsymbol{A}^{-1}$.

[1 punt]

b) Calculeu $\boldsymbol{A}^{-1}$ per a $a=0$.

[1 punt]

57. PAU 2015 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Trobeu totes les matrius de la forma $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & 0 \\ b & 1 \end{pmatrix}$ que siguin inverses d'elles mateixes, és a dir, que $\boldsymbol{A}^2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

[2 punts]

Institut d'Estudis Catalans

58. PAU 2015 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 1

1. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left.\begin{aligned} -3x + 2y + 3z &= 0 \\ (a-2)y - 3z &= 0 \\ -x - y + (-a-3)z &= 0 \end{aligned}\right\}$$

a) Calculeu per a quins valors del paràmetre a el sistema té més d'una solució.
[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $a = -3$.
[1 punt]

59. PAU 2015 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 5

5. Responeu a les qüestions següents:

a) Calculeu la matriu de la forma $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ que satisfà $\boldsymbol{A}^2 - \boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat, $\boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
[1 punt]

b) Calculeu $\boldsymbol{A}^{-1}$ i comproveu que el resultat es correspon amb el que obteniu de deduir la matriu $\boldsymbol{A}^{-1}$ a partir de la igualtat $\boldsymbol{A}^2 - \boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}$.
[1 punt]

60. PAU 2015 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

1. Considereu el sistema d'equacions $\left.\begin{aligned} x - 2y - z &= 0 \\ -mx + 3y + z &= 0 \\ x + y &= 4 \end{aligned}\right\}$, en què m és un paràmetre real.

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre m.
[1 punt]

b) Resoleu el sistema per a $m = 1$.
[1 punt]

61. PAU 2015 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5

5. Sigui $\boldsymbol{A}$ una matriu quadrada que compleix que $\boldsymbol{A}^3 = \boldsymbol{I}$, en què $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat, $\boldsymbol{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

***a*)** Demostreu que la matriu $\boldsymbol{A}$ té inversa i que $\boldsymbol{A}^{-1} = \boldsymbol{A}^2$.
[1 punt]

***b*)** En el cas de $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, calculeu si hi ha cap valor del paràmetre a per al qual $\boldsymbol{A}^3 = \boldsymbol{I}$.
[1 punt]

62. PAU 2014 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} mx - y = m \\ 3x + (m-4)y = m + 2 \end{cases}$, per a $m \in \mathbb{R}$.

***a*)** Discutiu el sistema d'equacions per als diferents valors del paràmetre m.
[1 punt]

***b*)** Resoleu el sistema en aquells casos en què el sistema sigui compatible.
[1 punt]

63. PAU 2014 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Considereu l'equació matricial $\boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}$, en què

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ a & -3 & a-1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ i } \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

***a*)** Per a quins valors del paràmetre a l'equació matricial té una solució única?
[1 punt]

***b*)** Trobeu la matriu $\boldsymbol{X}$ que satisfà l'equació matricial quan $a = 3$.
[1 punt]

64. PAU 2014 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

1. Considereu la matriu $\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 1 & a+1 & (a+1)^2 \\ 1 & a-1 & (a-1)^2 \end{pmatrix}$, per a $a \in \mathbb{R}$.

a) Calculeu el rang de la matriu $\boldsymbol{M}$ en funció dels valors del paràmetre a.
[1 punt]

b) Discutiu i resoleu el sistema d'equacions lineals

$$\boldsymbol{M} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

segons els valors del paràmetre a.
[1 punt]

65. PAU 2014 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 6

6. Responeu a les qüestions següents:

a) Demostreu que si $\boldsymbol{A}$ és una matriu quadrada que satisfà la igualtat $\boldsymbol{A}^2 = \boldsymbol{I}$, on $\boldsymbol{I}$ és la matriu identitat, aleshores $\boldsymbol{A}$ és invertible i $\boldsymbol{A}^{-1}$ satisfà $(\boldsymbol{A}^{-1})^2 = \boldsymbol{I}$.
[1 punt]

b) Calculeu l'expressió general de les matrius de la forma $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 2 \end{pmatrix}$ amb $b \neq 0$ que satisfan la igualtat $\boldsymbol{A}^2 = \boldsymbol{I}$.
[1 punt]

Institut d'Estudis Catalans

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Matemàtiques

66. PAU 2014 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Responeu a les qüestions següents:

a) Discutiu el sistema d'equacions lineals

$$\begin{cases} (k-1)y + (k^2-1)z = 0 \\ (4k+1)x - y - 7z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

en funció dels valors de k.

[1 punt]

b) Resoleu el sistema per a $k = 1$.

[1 punt]

67. PAU 2014 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5

5. Responeu a les qüestions següents:

a) Si $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{B}$ són dues matrius quadrades d'ordre n, demostreu que

$$(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B})^2 = \boldsymbol{A}^2 + 2\boldsymbol{AB} + \boldsymbol{B}^2 \Leftrightarrow \boldsymbol{AB} = \boldsymbol{BA}.$$

[1 punt]

b) Si $\boldsymbol{M}_1$ i $\boldsymbol{M}_2$ són dues matrius de la forma $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$, amb $a, b \in \mathbb{R}$, comproveu que el producte $\boldsymbol{M}_1 \cdot \boldsymbol{M}_2$ té també la mateixa forma i que $\boldsymbol{M}_1 \cdot \boldsymbol{M}_2 = \boldsymbol{M}_2 \cdot \boldsymbol{M}_1$.

[1 punt]

68. PAU 2013 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 1

1. Sigui $V = \{(-1, 1, 1), (-2, -1, 0), (1, 2, a)\}$ un conjunt de vectors de $\mathbb{R}^3$.

a) Trobeu el valor o els valors de a perquè V sigui linealment dependent.

b) Quan $a = 4$, expresseu el vector $\vec{v} = (3, 9, 14)$ com a combinació lineal dels vectors de V.

[1 punt per cada apartat]

69. PAU 2013 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 4

4. Siguin les matrius

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & b & 4 \\ 3 & c & 5 \end{bmatrix}, \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 5 & b & 8 \\ 1 & c & 3 \\ 4 & a & 3 \end{bmatrix}, \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \\ -1 & 5 & 5 \\ -b & -a & -2 \end{bmatrix},$$

on a, b i c són paràmetres reals. Calculeu el valor d'aquests paràmetres perquè cap de les tres matrius tingui inversa.

[2 punts]

70. PAU 2013 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Considereu la matriu $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & a+1 \end{bmatrix}$. Sigui $\boldsymbol{I}$ la matriu identitat d'ordre 2.

a) Trobeu el valor del paràmetre a perquè es compleixi que $\boldsymbol{A}^2 - 2\boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}$.

b) Calculeu la matriu inversa de la matriu $\boldsymbol{A}$ quan $a = -2$.

[1 punt per cada apartat]

71. PAU 2013 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

1. Sabem que el vector $(2, 1, -1)$ és una solució del sistema

$$\left.\begin{aligned} ax + by + cz &= a + c \\ bx - y + bz &= a - b - c \\ cx - by + 2z &= b \end{aligned}\right\}$$

Calculeu el valor dels paràmetres a, b i c.

[2 punts]

72. PAU 2013 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Sigui $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ p & -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$.

a) Què significa que la matriu $\boldsymbol{B}$ sigui la matriu inversa de $\boldsymbol{A}$?

b) Trobeu el valor del paràmetre p perquè la matriu inversa de $\boldsymbol{A}$ i la matriu transposada de $\boldsymbol{A}$ coincideixin.

NOTA: No aproximeu les arrels mitjançant valors amb decimals; treballeu amb els radicals.

[0,5 punts per l'apartat *a*; 1,5 punts per l'apartat *b*]

73. PAU 2013 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

2. La matriu de coeficients d'un sistema d'equacions lineals homogeni és

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1-a & 0 \\ 4 & 1 & 2a+2 \end{bmatrix}$$

a) Per a quins valors del paràmetre a el sistema té una sola solució? Quina és aquesta solució única?

b) Resoleu el sistema si $a = 2$.

[1 punt per cada apartat]

74. PAU 2012 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 1

1. Determineu el rang de la matriu $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$ en funció del paràmetre k.
[2 punts]

75. PAU 2012 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\left.\begin{aligned} x + y - 3z &= 2 \\ 2x + ay - 5z &= 2a + 3 \\ 2x - 3y + (a-2)z &= 9 \end{aligned}\right\}$$

a) Calculeu el valor o els valors del paràmetre a per al qual o per als quals el sistema és compatible indeterminat.
b) Quantes solucions té aquest sistema quan $a = -3$?
[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

76. PAU 2012 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

3. Sigui $\boldsymbol{A}$ una matriu quadrada d'ordre n de manera que $\boldsymbol{A}^2 = \boldsymbol{O}$, en què $\boldsymbol{O}$ és la matriu nul·la (la formada completament per zeros).
a) Comproveu que $(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{I}_n)^2 = 2\boldsymbol{A} + \boldsymbol{I}_n$.
b) Comproveu que les matrius $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{I}_n$ són l'una inversa de l'altra.
[1 punt per cada apartat]

77. PAU 2012 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Contesteu les preguntes següents:
a) Expliqueu raonadament si una matriu d'ordre 3 i una matriu d'ordre 2 poden tenir el mateix determinant.
b) Considereu les matrius següents:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & p \\ 1 & 1-p & 2 \\ 1 & 2 & p \end{pmatrix} \text{ i } \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & p \\ 0 & p & 4 \end{pmatrix}$$

Calculeu, si és possible, el valor del paràmetre p perquè $\det \boldsymbol{A} = \det \boldsymbol{B}$.
[1 punt per cada apartat]

78. PAU 2012 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Donades les matrius $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$,

a) Comproveu que es compleix la igualtat $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\,(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}^2-\boldsymbol{B}^2$.

b) És certa aquesta igualtat per a qualsevol parell de matrius quadrades $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{B}$ del mateix ordre? Responeu raonadament utilitzant les propietats generals de les operacions entre matrius, sense utilitzar matrius $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{B}$ concretes.

[1 punt per apartat]

79. PAU 2011 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 1

1. Donada la matriu $\boldsymbol{M}=\begin{pmatrix} 0 & k-2 & 1 \\ 0 & k-2 & -k \end{pmatrix}$:

a) Calculeu els valors del paràmetre k per als quals la matriu $\boldsymbol{M}$ no és invertible.

b) Per a $k=0$, calculeu $\boldsymbol{M}^{-1}$.

[1 punt per cada apartat]

80. PAU 2011 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 4

4. Sigui la matriu $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu $\boldsymbol{A}^2$ i $\boldsymbol{A}^3$.

b) Deduïu el valor de $\boldsymbol{A}^{101}$.

NOTA: Treballeu amb radicals; no utilitzeu la representació decimal dels elements de la matriu.

[1 punt per cada apartat]

81. PAU 2011 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Si tenim la matriu invertible $\boldsymbol{A}$ i l'equació matricial $\boldsymbol{X}\cdot\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$:

a) Aïlleu la matriu $\boldsymbol{X}$.

b) Trobeu la matriu $\boldsymbol{X}$ quan $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

[1 punt per cada apartat]

82. PAU 2011 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left.\begin{aligned} x+2y-az&=-3\\ 2x+(a-5)y+z&=4a+2\\ 4x+(a-1)y-3z&=4 \end{aligned}\right\}$$

a) Calculeu els valors del paràmetre a perquè el sistema no sigui compatible determinat.

b) Hi ha algun valor de a per al qual $x=1$, $y=-3$, $z=-1$ sigui l'única solució del sistema?

[1 punt per cada apartat]

83. PAU 2011 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Analitzeu, segons els valors del paràmetre k, el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) del sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} 2x+y-z=k-4\\ (k-6)y+3z=0\\ (k+1)x+2y=3 \end{cases}$$

[2 punts]

84. PAU 2010 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 4

4. Considereu la matriu $A=\begin{pmatrix} 2 & 1\\ 7 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Comproveu que compleix la igualtat $A^2-5A=I_2$, on I_2 és la matriu identitat d'ordre 2.

b) Utilitzeu aquesta igualtat per a calcular la matriu inversa de A.

c) Resoleu l'equació matricial $A\cdot X=\begin{pmatrix} 0 & 1\\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, utilitzant la matriu inversa de A.

[0,5 punts per l'apartat *a*; 0,75 punts per l'apartat *b*; 0,75 per l'apartat *c*]

85. PAU 2010 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Donat el sistema d'equacions lineals $\left.\begin{aligned} x+2y-z&=-1\\ 2x+y+z&=4\\ x-y+(p-3)z&=5 \end{aligned}\right\}$:

a) Estudieu-ne el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) en funció del paràmetre p.

b) Comproveu que si $p\neq 5$ la solució del sistema no depèn del valor d'aquest paràmetre.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

86. PAU 2010 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Sigui $A = \begin{pmatrix} x & 3 \\ -2 & y \end{pmatrix}$. Trobeu els valors de les variables x i y perquè es compleixi que $A^2 = A$.

[2 punts]

87. PAU 2010 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Considereu la igualtat matricial $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

a) Comproveu si les matrius $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ compleixen o no la igualtat anterior.

b) En general, donades dues matrius qualssevol A i B quadrades del mateix ordre, expliqueu raonadament si hi ha alguna condició que hagin de complir perquè la igualtat de l'enunciat sigui certa.

[1 punt per cada apartat]

88. PAU 2010 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Hem escalonat la matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, $A \cdot X = b$, i hem obtingut:

$$(A|b) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & a+2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & a-1 & 3 \end{array}\right)$$

a) Discutiu aquest sistema en funció del paràmetre a.

b) Resoleu-lo quan $a = 2$.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

89. PAU 2010 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Considereu un sistema qualsevol de dues equacions amb tres incògnites. Responeu raonadament a les qüestions següents:

a) És possible que el sistema considerat sigui compatible determinat?

b) Pot ser incompatible?

[1 punt per cada apartat]

90. PAU 2010 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. Siguin A, B i C matrius quadrades d'ordre n.

a) Expliqueu raonadament si és possible que $\det A \neq 0$, $\det B \neq 0$ i $\det (A \cdot B) = 0$. Si és possible, poseu-ne un exemple.

b) Si sabem que $\det A \neq 0$ i que $A \cdot B = A \cdot C$, expliqueu raonadament si podem assegurar que $B = C$.

[1 punt per cada apartat]

91. PAU 2009 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & -b \end{pmatrix}$. Calculeu el valor dels paràmetres a i b perquè

$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

[2 punts]

92. PAU 2009 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left.\begin{aligned} x + 5y + z + a = 0 \\ (a-2)z + x + 2y - 1 = 0 \\ (a-1)y + (1-a)x + z + a + 2 = 0 \end{aligned}\right\}$$

a) Expliqueu, raonadament, si es tracta d'un sistema lineal homogeni.
b) Construïu-ne la matriu de coeficients i la matriu ampliada.
c) Trobeu els valors del paràmetre a per als quals el sistema no és compatible determinat, i estudieu el caràcter del sistema en cada un d'aquests casos.
d) Resoleu-lo solament quan el conjunt de les seves solucions és una recta de $\mathbb{R}^3$.

[0,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*; 2 punts per l'apartat *c*; 1 punt per l'apartat *d*]

---

93. PAU 2009 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & b \\ b & a^2 \end{pmatrix}$. Trobeu els valors dels paràmetres a i b perquè la matriu tingui rang 1.

[2 punts]

94. PAU 2009 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 3

3. Donat el sistema $\begin{cases} x + py = p \\ px + y = p \end{cases}$:

a) Discutiu-ne el caràcter en funció del paràmetre p.
b) Resoleu-lo quan $p = 2$.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

95. PAU 2009 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Siguin $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Comproveu que la inversa de A és A^2.
b) Comproveu també que $A^{518} = B$.
[1 punt per cada apartat]

96. PAU 2009 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4

4. En la resolució pel mètode de Gauss d'un sistema de tres equacions amb tres incògnites ens hem trobat amb la matriu següent:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -5 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -6 & 6 \end{array}\right)$$

a) Expliqueu, raonadament, quin és el caràcter del sistema inicial.
b) Si és compatible, trobeu-ne la solució.
[1 punt per cada apartat]

97. PAU 2008 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calculeu A^2 i A^3.
b) Determineu, raonadament, el valor de A^{60124}.
[1 punt per cada apartat]

98. PAU 2008 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Considereu un sistema de dues equacions amb tres incògnites.
a) Pot ser incompatible?
b) Pot ser compatible determinat?
Raoneu les respostes.
[1 punt per cada apartat]

99. PAU 2008 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Trobeu la matriu M, quadrada d'ordre 2, tal que $M \cdot A = B$.
b) Comproveu que $M^2 = I_2$ (matriu identitat d'ordre 2) i deduïu l'expressió de M^n.
[1 punt per cada apartat]

100. PAU 2008 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Discutiu el sistema d'equacions lineals següent en funció dels valors del paràmetre m.

$$\begin{cases} x + y + (m-1)z = 1 \\ x + (m-1)y + z = m-1 \\ (m-1)x + y + z = m+2 \end{cases}$$

[2 punts]

101. PAU 2008 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

2. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} a+b & 1 \\ 0 & a-b \end{pmatrix}$, on a i b són nombres reals.

a) Calculeu el valor de a i b per tal que $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Segons els valors obtinguts en l'apartat anterior, calculeu A^3 i A^4.

c) Si n és un nombre natural qualsevol, doneu l'expressió de A^n en funció de n.

[1 punt per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*; 0,5 punts per l'apartat *c*]

102. PAU 2008 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 5

PROBLEMES

5. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} 2x + y - (a-1)z = 4 \\ x - 2y + z = -4 \\ 4x - (a+1)y + z = -2a \end{cases}$$

a) Discutiu-lo en funció del paràmetre a.

b) Resoleu-lo quan sigui compatible indeterminat.

c) En el cas de l'apartat anterior, trobeu una solució del sistema en què x, y i z tinguin valors enters.

[2,5 punts per l'apartat *a*; 1 punt per l'apartat *b*; 0,5 punts per l'apartat *c*]

103. PAU 2007 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Donada la matriu següent dependent d'un paràmetre m:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & m & 2m \\ m & 2 & 2+m \end{pmatrix}$$

a) Estudieu-ne el rang segons els valors de m.

b) Digueu quina és la posició relativa dels plans π_1: $x + y + 2z = 2$, π_2: $2x + my + 2mz = 2 + m$ i π_3: $mx + 2y + (2+m)z = 0$, segons els valors de m.

[1 punt cada apartat]

104. PAU 2007 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 3

3. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$. Trobeu els valors de p i q que fan que es verifiqui $A^2 = A$. En aquest cas, raoneu sense calcular què val A^{10}.

[2 punts]

105. PAU 2007 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Discutiu el sistema següent $\begin{cases} 2x + py + 2z = 10 \\ px + 6y + 3z = 12 \end{cases}$ en funció del paràmetre p. Doneu la interpretació geomètrica del sistema en cada cas i resoleu-lo quan sigui compatible.

[4 punts]

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

106. PAU 2006 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 6

6. Considereu el sistema d'equacions $\begin{cases} x + y + z = 200 \\ 7x + py + 8z = 1395 \end{cases}$

a) Discutiu-lo en funció del paràmetre p.
b) Doneu la interpretació geomètrica en els casos en què el sistema és incompatible.
c) Resoleu el sistema per a $p = 6$.

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1 punt. Total: 4 punts]

107. PAU 2006 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Esbrineu si el sistema següent pot ser compatible indeterminat per a algun valor del paràmetre m.

$$\left.\begin{aligned} x + 3y + 2z &= 0 \\ 2x + 4y + 3z &= 0 \\ x + y + mz &= 0 \end{aligned}\right\}$$

És incompatible per a algun valor de m?

[Puntuació: 2 punts]

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

108. PAU 2006 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

3. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} & \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} & \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calculeu $A \cdot B$ i $B \cdot A$.
b) Comproveu que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

$x^2 - 4x + 1$

109. PAU 2006 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Sigui la matriu $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -m \\ 0 & m & 3 \end{pmatrix}$. Determineu els valors de m per als quals

$\text{rang}\,(A) < 3$. Pot ser $\text{rang}\,(A) = 1$ per a algun valor de m?

[Puntuació: 2 punts]

110. PAU 2005 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. En un sistema hi ha, entre d'altres, aquestes dues equacions:

$$x + 2y - 3z = 5 \quad \text{i} \quad 2x + 4y - 6z = -2.$$

Què podeu dir de les solucions del sistema?

[2 punts]

111. PAU 2005 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

Districte universitari

QÜESTIONS

1. Considereu el sistema següent en funció del paràmetre real a:

$$\begin{cases} x - ay = 1 \\ ax + y = 3. \end{cases}$$

a) Discutiu-lo en funció del paràmetre a.
b) Resoleu els casos compatibles.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

Districte universitari de Catalunya
Interuniversitari de Catalunya
Accés a la Universitat

112. PAU 2005 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. La matriu següent expressa els preus unitaris, en euros, de quatre articles, A, B, C i D, procedents de les fàbriques f1, f2 i f3:

$$P = \begin{pmatrix} 34 & 40 & 36 \\ 11 & 8 & 12 \\ 23 & 27 & 32 \\ 25 & 21 & 30 \end{pmatrix}.$$

Si una comanda és representada per un vector fila $C = (x \quad y \quad z \quad t)$, què representa cadascun dels elements del resultat del producte $C \cdot P$? Si volem comprar 25 unitats de A, 30 de B, 60 de C i 75 de D, quina de les fàbriques ens ofereix el millor preu?

[2 punts]

113. PAU 2005 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, on a i b són nombres reals, trobeu els valors de a i b que fan que les dues matrius commutin, és a dir, que fan que es compleixi $A \cdot B = B \cdot A$.

[2 punts]

114. PAU 2005 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5

PROBLEMES

5. De tres nombres, x, y, z, sabem el següent: que el primer més el segon sumen 0; que el primer més el tercer sumen 1; que la suma de tots tres és 0 i, per acabar, que el primer multiplicat per un nombre k més el doble de la suma del segon i del tercer dóna 1.

a) Què podeu dir del valor de k?
b) Quant valen els tres nombres?

[Puntuació: apartat a) 2 punts; apartat b) 2 punts. Total: 4 punts]

115. PAU 2004 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$:

a) trobeu una matriu X tal que $A \cdot X = B$;
b) calculeu B^{100}. Raoneu la resposta.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

116. PAU 2004 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. La matriu ampliada d'un sistema d'equacions lineals, un cop reduïda pel mètode de Gauss, és

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) El sistema, és compatible o incompatible? Raoneu la resposta.
b) En cas que sigui compatible resoleu-lo.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts]

117. PAU 2004 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

3. Considereu les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Trobeu una matriu X que compleixi $A \cdot X + A = B$.

[2 punts]

118. PAU 2004 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Considerem els punts de l'espai $A(1, 1, 0)$, $B(0, 1, 2)$ i $C(-1, 2, 1)$. Ens diuen que aquests tres punts formen part del conjunt de solucions d'un sistema de tres equacions lineals amb tres incògnites. Es demana:

a) aquests punts, estan alineats?
b) podem saber el rang de la matriu del sistema d'equacions?

Raoneu adequadament les respostes.

[Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts]

119. PAU 2004 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5

PROBLEMES

5. Donat el sistema

$$\begin{cases} y + z = 2 \\ -2x + y + z = -1 \\ (2 - 2m)x + (2m - 2)z = m - 1, \end{cases}$$

on m és un paràmetre:

a) discutiu el sistema segons els valors de m;
b) resoleu els casos compatibles;
c) en cada un dels casos de la discussió de l'apartat a), feu una interpretació geomètrica del sistema.

[Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 1,5 punts; apartat c) 1 punt. Total 4 punts]

120. PAU 2003 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 4 (Qüestions)

Universitari de Catalunya
Organització de les PA

4. Per a quin o quins valors del paràmetre real λ el sistema d'equacions

$$\left.\begin{aligned} x + 2y + (\lambda + 2)z &= 0 \\ x + (2\lambda)y + 3z &= 9 \\ 2x - z &= 4 \end{aligned}\right\}$$

és compatible i indeterminat?

[2 punts]

121. PAU 2003 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4 (Qüestions)

Generalitat de Catalun
Consell Interuniversitari
Coordinació i Organitz

4. Considereu el sistema d'equacions

$$\left.\begin{aligned} ax + y + z &= a + 1 \\ 2x - y + az &= a + 2 \\ x - y + z &= 4 \end{aligned}\right\}$$

on a és un paràmetre.

Si $x = 1, y = -1, z = 2$ és una solució, quin és el valor del paràmetre a? [2 punts]

122. PAU 2000 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3 (Qüestions)

3. Donat el sistema d'equacions

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} 3x & - & 2y & + & z & = & 5 \\ 2x & - & 3y & + & z & = & 4 \end{array}\right\}$$

a) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui incompatible.
b) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui compatible indeterminat. Resoleu el sistema que s'obtingui.

[2 punts]

123. PAU 2000 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 3 (Qüestions)

3. Se sap que el sistema d'equacions

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & - & az & = & -2 \\ 2x & + & y & - & 8z & = & -1 \\ -x & - & 2y & + & 10z & = & 5 \end{array}\right\}$$

té més d'una solució.

Calculeu a i digueu quina és la interpretació geomètrica que té el conjunt de totes les solucions d'aquest sistema. [2 punts]