Matemàtiques aplicades a les ciències social

Programació lineal

Exercicis · 91 exercicis

Proves d'accés a la universitat (PAU) de Catalunya. Ordenats del més recent al més antic.
Retalls dels exàmens i pautes oficials (selecat.cat / universitats.gencat.cat).

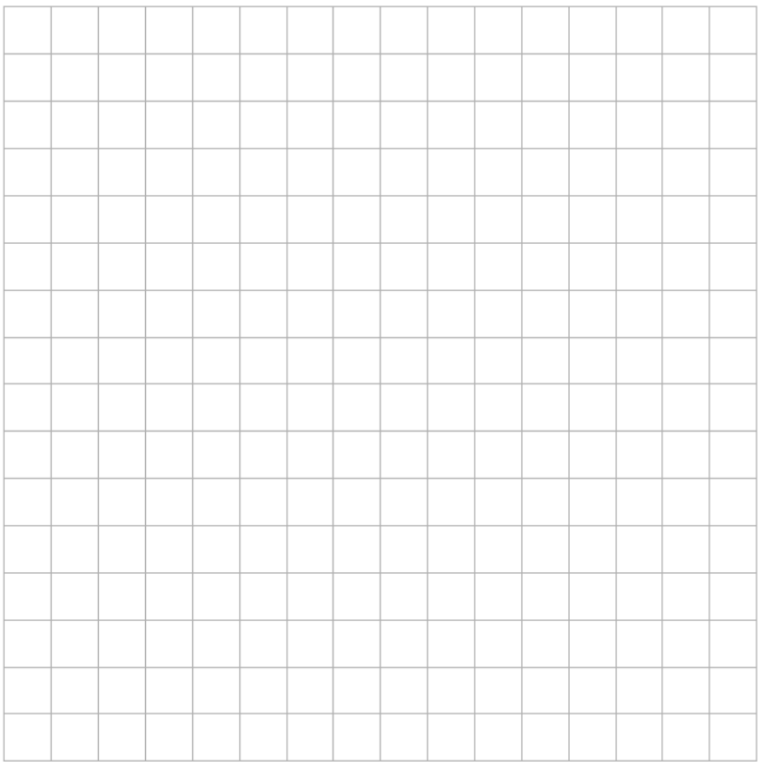
1. PAU 2023 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Una cooperativa de pagesos ven taronges i mandarines en dos tipus de caixes. La caixa *A* conté 8 kg de taronges i 2 kg de mandarines, i la caixa *B* conté 5 kg de taronges i 5 kg de mandarines. Enguany la producció de taronges ha estat de 24.000 kg i la de mandarines, de 12.000 kg. El preu de venda de les taronges és de 0,60 €/kg i el de les mandarines, de 0,70 €/kg.

Els pagesos de la cooperativa volen saber quantes caixes de cada tipus han de vendre per a maximitzar els ingressos.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.

[1,25 punts]



b) Determineu quantes caixes de cada tipus cal vendre per a obtenir el màxim d'ingressos i quins serien aquests ingressos.

[1,25 punts]

2. PAU 2023 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. Una empresa de Menorca vol oferir dos tipus d'activitats: bateigs de submarinisme des d'una barca i excursions en barca per la costa per a banyar-se en cales. El bateig de submarinisme té un preu de 60 euros per persona i a cada embarcació hi aniran 10 participants i 5 instructors. L'excursió per la costa té un preu de 18 euros per persona i a cada embarcació hi aniran 25 participants i 2 instructors. L'empresa disposa de 30 embarcacions iguals i de 75 instructors que poden fer sortides de submarinisme o excursions en barca per les cales indistintament. La seva intenció és obtenir el màxim d'ingressos suposant que omplirà totes les embarcacions.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.

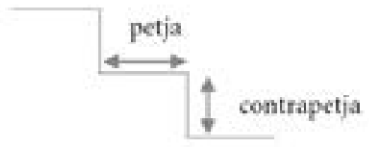
[1,25 punts]

***b*)** Quantes sortides de cada tipus ha d'oferir l'empresa cada dia per a obtenir el màxim d'ingressos? Quants diners ingressarà diàriament?

[1,25 punts]

3. PAU 2023 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Quan es dissenyen els esglaons d'una escala hi ha diversos paràmetres que cal tenir en compte, dos dels quals són la *petja* (la part horitzontal de l'esglaó, on es posa el peu) i la *contrapetja* (la part vertical del graó, és a dir, l'alçària).



L'arquitecte francès François Blondel va establir a finals del segle XVII que la relació ideal entre aquestes dues magnituds era que la suma de dues contrapetges més una petja fos igual a 64 cm.

Anomenem y la longitud de la contrapetja i x la longitud de la petja.

***a*)** Trobeu la funció que permet calcular la longitud ideal de la contrapetja en funció de la longitud de la petja. Quina seria la longitud ideal de la contrapetja si la petja és de 28 cm?

[1 punt]

***b*)** La normativa actual estableix que en el disseny d'escales d'ús públic cal que la petja sigui com a mínim de 28 cm i que la contrapetja estigui compresa entre 13 i 18,5 cm. A més a més, la suma de dues contrapetges més una petja ha d'estar entre 54 i 70 cm. Escriviu aquestes tres condicions en funció de x i de y. Si volem construir una escala amb esglaons de 40 cm de petja, calculeu entre quins valors ha d'estar compresa la contrapetja per a complir amb la normativa actual.

[1,5 punts]

Etiqueta de l’alumne/a

Institut d’Estudis Catalans

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2023

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 5

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

4. PAU 2023 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

2. Una gran pastisseria especialitzada en coques de Sant Joan elabora la massa de les coques amb farina i sucre. A la pastisseria disposen de 60 kg de farina i 30 kg de sucre per a les coques d'enguany i en volen fer de dos tipus: sense farcir i farcides de crema.

Per a elaborar la massa d'una coca sense farcir es necessiten 500 g de farina i 300 g de sucre. Aquest tipus de coca la posen a la venda a 15 €. En canvi, per a elaborar la massa d'una coca farcida de crema es necessiten 400 g de farina i 120 g de sucre. I aquesta altra coca es ven a 25 €.

La pastisseria ja ha tancat el període de comandes anticipades i, un cop comptabilitzades, se sap que com a mínim haurà d'elaborar 60 coques sense farcir i 30 coques farcides de crema. La pastissera en cap vol saber quantes coques de cada tipus hauria d'elaborar i vendre per a obtenir el màxim d'ingressos.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.

[1,25 punts]

***b*)** Determineu quantes coques de cada tipus cal elaborar per a obtenir el màxim d'ingressos i quins seran aquests ingressos. Sobrarà alguna quantitat dels ingredients utilitzats per a elaborar la massa? En cas afirmatiu, de quin ingredient i de quina quantitat es tracta?
[1,25 punts]

5. PAU 2022 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 4

4. La tècnica d'irradiació dels aliments s'utilitza per a afavorir-ne la conservació, però unes dosis massa altes d'irradiació en poden reduir el valor nutricional. Normalment, per al processament d'aliments s'utilitzen les radiacions provinents del cobalt i del cesi. Volem fer servir aquesta tècnica per a tractar aliments que ja han començat a deteriorar-se.

Considereu x i y les quantitats emeses de raigs de cobalt i de cesi, respectivament, mesurades en grays. Sabem que la quantitat de radiació absorbida en la part malmesa de l'aliment és de $6x + 4y$ grays, al voltant de la part malmesa és de $3x + y$ grays i en les parts que estan en bones condicions és de $4x + 5y$ grays.

***a*)** Calculeu les quantitats de raigs de cobalt i de raigs de cesi que caldrà utilitzar perquè la quantitat de radiació absorbida per les parts en bones condicions sigui mínima, tenint en compte que en la part malmesa aquesta quantitat ha de ser com a mínim de 60 grays i al voltant no pot excedir els 27 grays. Per fer-ho, determineu quina és la funció objectiu que s'ha de minimitzar i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.
[1,5 punts]

***b*)** Si apliquem un tractament consistent en 7 grays de raigs de cobalt i 5 grays de raigs de cesi, comproveu que es compleixen les dues restriccions (la que fa referència a la part malmesa i la que fa referència al voltant de la part malmesa). Per què és un tractament pitjor que la solució que heu trobat en l'apartat *a*?
[1 punt]

6. PAU 2022 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Una empresa es proposa de fer dos tipus de paneres de Nadal, A i B, per als treballadors i les treballadores. Cada panera de tipus A contindrà 1 pernil, 1 ampolla de cava i 5 barres de torró. D'altra banda, cada panera de tipus B contindrà 2 pernils, 3 ampolles de cava i 2 barres de torró. El cap de magatzem afirma que disposen de 40 pernils, 120 barres de torró i moltes ampolles de cava, i que, per tant, de cava segur que no en faltarà. Es volen fer tantes paneres com sigui possible.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible. Quantes paneres de cada tipus haurà de fer l'empresa?

[1,75 punts]

b) Un cop fet el càlcul, la cap de l'empresa s'ho repensa i diu que és millor fer la mateixa quantitat de paneres de cada tipus. Amb aquesta nova condició, quantes paneres de cada tipus s'hauran de fer?

[0,75 punts]

7. PAU 2022 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. Un hotel admet reserves per a les 420 habitacions dobles de què disposa i ofereix dues tarifes diferents: la tarifa estàndard (sense despeses de cancel·lació) és de 120 € per nit, i la tarifa reduïda (que no admet cancel·lacions) és de 90 € per nit. Els interessa tenir reservat almenys un 20 % del total d'habitacions amb la tarifa reduïda i volen que el nombre d'habitacions reservades amb la tarifa estàndard sigui igual o superior que el doble del nombre d'habitacions reservades amb la tarifa reduïda.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.

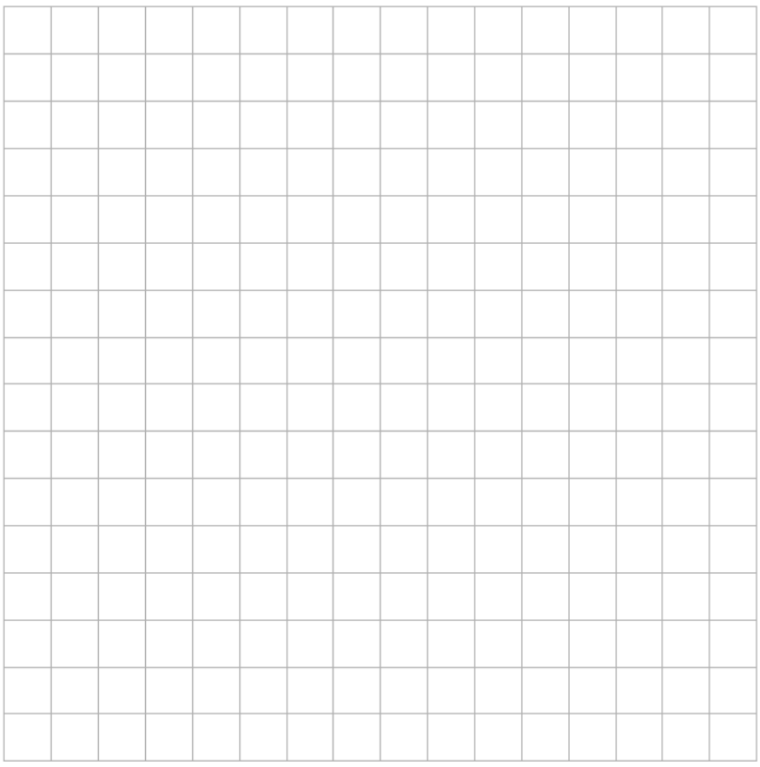
[1,25 punts]

***b*)** Determineu quantes habitacions han de tenir reservades amb cada tarifa per a obtenir el benefici màxim. Quin és aquest benefici màxim?
[1,25 punts]

8. PAU 2021 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 3

3. Un restaurant que acaba d'obrir vol posar anuncis a la ràdio i a la televisió locals durant una setmana per a donar-se a conèixer i augmentar així el nombre de clients. Té un pressupost màxim de 18.000 euros. Cada anunci a la ràdio costa 1.000 euros i el contracte preveu que com a mínim cal fer-ne 3. Cada anunci a la televisió costa 3.000 euros i, per disponibilitat de programació, se'n poden fer com a màxim 4. S'estima que cada anunci a la ràdio suposa un increment de 10 clients per al restaurant i que cada anunci a la televisió suposa un increment de 60 clients.

***a*)** Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]

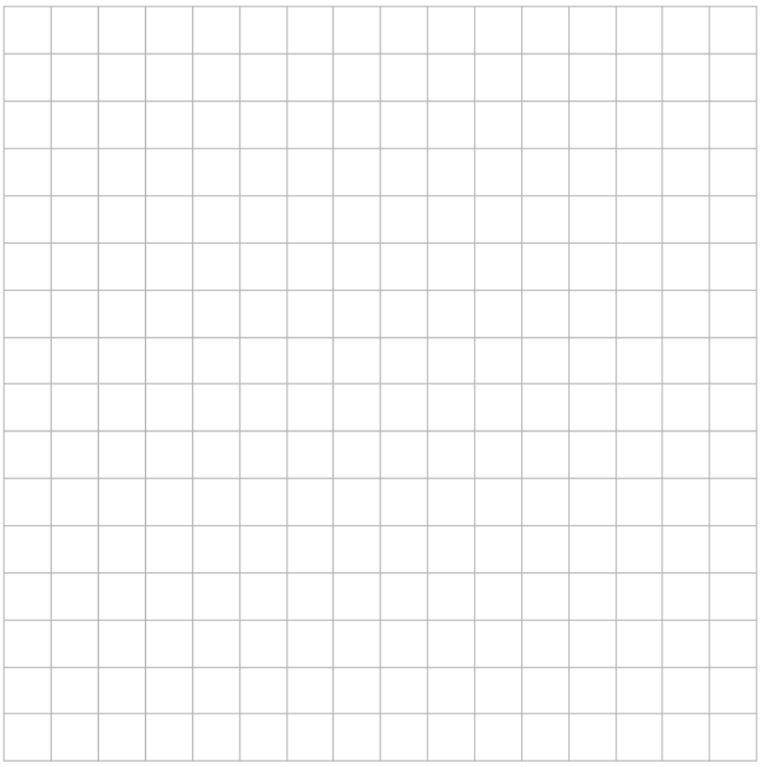


***b*)** Calculeu quants anuncis haurà de posar a la ràdio i quants a la televisió perquè el nombre de clients nous sigui màxim. Quants clients nous obtindrà?
[1,25 punts]

9. PAU 2021 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2

2. En una pastisseria volen preparar capsetes de panellets per a obsequiar els millors clients durant la setmana de la Castanyada. En total, disposen de 120 panellets de pinyons i de 150 panellets de coco. Volen preparar capsetes de dos tipus: les del primer tipus contindran 3 panellets de pinyons i 2 de coco, i les del segon tipus contindran 4 panellets de pinyons i 6 de coco. La idea de la pastisseria és preparar el nombre màxim de capsetes possible amb els panellets de què disposen tenint en compte que, com a mínim, han de preparar 9 capsetes de cada tipus.

***a*)** Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]

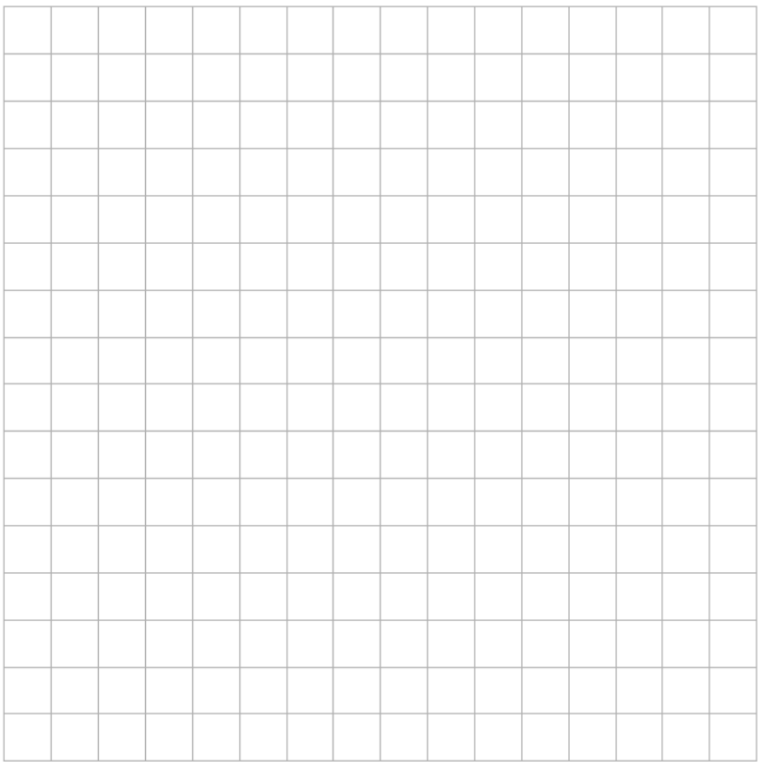


***b*)** Determineu quantes capsetes cal preparar de cada tipus per a fer el màxim nombre d'obsequis possible. Indiqueu si, en aquest cas, s'utilitzaran tots els panellets disponibles i, si no és així, quants en sobraran de cada tipus.
[1,25 punts]

10. PAU 2021 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

2. Per tal de vendre un excés de producció de 100 banyadors i 200 parells de xancletes, una botiga de roba de platja prepara dues promocions: l'oferta blava i l'oferta groga. L'oferta blava consisteix en un lot amb tres parells de xancletes i un banyador per 50 €, i l'oferta groga, en un lot amb un parell de xancletes i dos banyadors per 30 €. Per a complir els propòsits de la botiga, caldria que el nombre de lots venuts de l'oferta blava fos la meitat o més que el nombre de lots venuts de l'oferta groga.

***a*)** Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions de venda que té la botiga.
[1,25 punts]

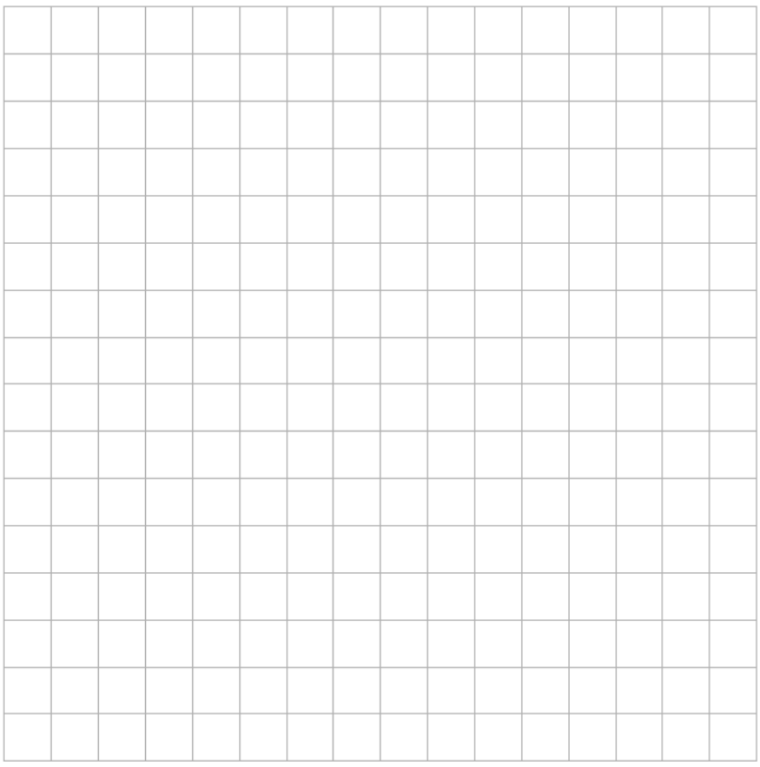


***b*)** Quants lots de cada tipus s'hauran de vendre per a optimitzar els ingressos? Quins seran aquests ingressos?
[1,25 punts]

11. PAU 2020 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Una coneguda marca fabrica dues versions d'una mateixa fragància: el perfum, que és més concentrat i que es ven en ampolles petites que costen 70 euros, i la colònia, que és més diluïda i que es ven en ampolles més grans a 82 euros. En la fabricació cal barrejar dos ingredients: l'ingredient A (que conté l'aroma concentrat) i l'ingredient B (que conté alcohol i altres substàncies). En aquests moments el fabricant disposa de 5.000 ml de l'ingredient A i de 30.000 ml de l'ingredient B. Per a fabricar una ampolla de perfum calen 10 ml de l'ingredient A i 40 ml de l'ingredient B, i per a fabricar-ne una de colònia calen 10 ml de l'ingredient A i 90 ml de l'ingredient B. Les comandes actuals obliguen a fabricar almenys 120 unitats de perfum i 70 unitats de colònia.

***a*)** Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]



b) Quantes unitats cal produir de cada versió per a obtenir, un cop venudes, uns ingressos màxims? Quins són aquests ingressos?
[1,25 punts]

12. PAU 2020 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. Un fabricant de mobles de jardí fabrica cadires i taules de fusta d'exterior. Cada cadira li aporta un benefici de 20 € i cada taula un de 25 €. Sabem que cada mes pot produir com a màxim un total de 120 mobles entre els dos productes. També sabem que, com a màxim, pot fabricar 100 cadires i que ha de fabricar un mínim de 10 taules. D'altra banda, el nombre de cadires fabricades ha de ser igual o superior al triple de taules fabricades.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions. Dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]

b) Quina és la producció mensual que li aporta el màxim benefici un cop venuda? Quin és aquest benefici?
[1,25 punts]

13. PAU 2020 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 3

3. Una fàbrica especialitzada en roba d'esport té problemes amb el subministrament de les fibres. Per a satisfer una comanda de samarretes i malles només disposa de 90 km de fibra de polipropilè, 3,2 km de fibra de poliamida i 6,8 km de fibra d'elastà. Ha de fabricar, com a mínim, 80 samarretes i 50 malles.

Per a fabricar cada peça de roba, tant si és una samarreta com si són unes malles, calen en total 200 metres de fibra, dels quals el 90 % són de polipropilè en ambdós casos. En la composició de les samarretes hi ha, a més a més, un 6 % de poliamida i un 4 % d'elastà, i en la composició de les malles hi ha un 2 % de poliamida i un 8 % d'elastà.

El benefici que el fabricant obté per cada samarreta que fabrica és de 5 € i per cadascuna de les malles obté un benefici de 3 €.

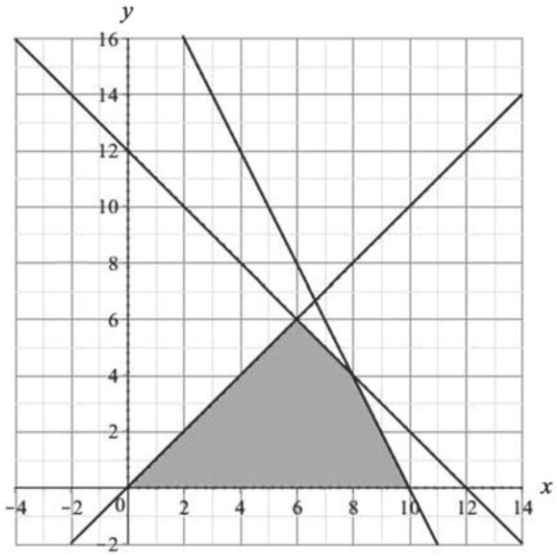
a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té el fabricant per a satisfer la comanda amb les fibres disponibles.
[1,25 punts]

b) Calculeu quantes samarretes i quantes malles s'han de fabricar perquè el benefici sigui màxim. Quin és aquest benefici?
[1,25 punts]

14. PAU 2019 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Un forn artesà fa dos tipus de panets, els integrals i els de cereals. En l'elaboració, a més a més de la farina corresponent, es fa servir llevat de massa mare i aigua. La quantitat de llevat de massa mare i d'aigua que s'utilitza en l'elaboració de cada panet depèn de si es tracta d'un panet integral o de cereals.

Volem saber quants panets de cada tipus es poden fer. Després de comprovar la quantitat de massa mare i d'aigua de què es disposa, i tenint en compte que la quantitat de panets de cereals no pot superar la de panets integrals, s'obté la regió següent amb totes les possibilitats.



En el gràfic, l'eix de les x representa el nombre de panets integrals, i el de les y, el nombre de panets de cereals.

a) Escriviu les inequacions que donen lloc a aquesta regió factible. [1 punt]

b) Si els panets integrals es venen a 8 € cada unitat i els de cereals a 10 €, quants panets de cada tipus cal vendre per a obtenir els màxims ingressos? Quins són aquests màxims ingressos? [1 punt]

Institut d'Estudis Catalans

15. PAU 2019 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. En una fàbrica es disposa de 80 kg d'acer i 120 kg d'alumini per a fabricar bicicletes de muntanya i de passeig, que es vendran a 200 € i 150 €, respectivament. Per a fabricar una bicicleta de muntanya són necessaris 1 kg d'acer i 3 kg d'alumini, i per a fabricar-ne una de passeig, 2 kg de cada un dels dos metalls.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]

b) Calculeu quantes bicicletes de cada tipus s'han de fabricar per a obtenir el màxim benefici i digueu quin és aquest benefici.
[0,75 punts]

16. PAU 2019 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. L'empresa d'esport d'aventura Xtrem prepara per a la darrera setmana de juny dos paquets: el paquet bàsic (PB) i el paquet súper (PS). El PB inclou una baixada de ràfting, una baixada fent barranquisme i un salt de pont, i té un preu de 50 €. D'altra banda, el PS inclou tres baixades de ràfting, dues fent barranquisme i un salt de pont, i el preu és de 120 €.

Per limitacions climàtiques i de personal, només es poden fer 12 baixades de ràfting, 9 fent barranquisme i 8 salts de pont.

Per a fer la promoció turística, es vol saber quina combinació de paquets proporciona més ingressos.

a) Trobeu les inequacions que han de complir totes les possibles combinacions de paquets. Dibuixeu la regió del pla en què es troben aquestes possibles solucions i trobeu la funció que dona els ingressos en funció del nombre de paquets de cada tipus.
[1,25 punts]

b) Trobeu el nombre de paquets de cada tipus que ha d'oferir l'empresa per a obtenir els ingressos màxims i digueu quins serien aquests ingressos.
[0,75 punts]

17. PAU 2018 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 2

2. En acabar un curs de pintura, els alumnes reben com a obsequi un estoig amb retoladors i colors. Es regalen dos tipus d'estoigs: els vermells, que contenen 1 retolador i 2 colors i costen 9 €, i els verds, que porten 3 retoladors i 1 color i costen 15 €. L'escola disposa de 200 retoladors i 100 colors per a omplir els estoigs. Necessita preparar almenys 40 estoigs i que el nombre d'estoigs vermells no superi el nombre d'estoigs verds. Amb aquestes dades, l'escola vol calcular el preu que haurà de pagar per aquests obsequis.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions de l'escola.
[1,25 punts]

b) Calculeu quants estoigs de cada tipus cal preparar perquè la despesa sigui mínima i digueu quina és aquesta despesa mínima.
[0,75 punts]

18. PAU 2018 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

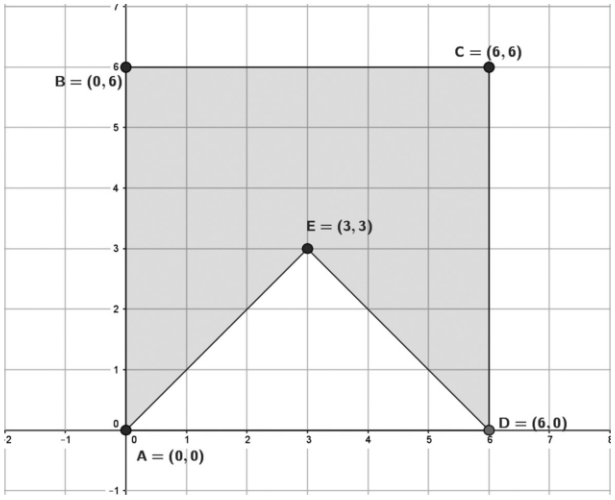
4. Una empresa de materials per a cotxes fabrica dos models d'una peça determinada, que anomenarem A i B. Cada model es fabrica en una hora, mitjançant un procés que consta de dues fases. En la primera fase del procés s'hi destinen 5 treballadors, i en la segona, 12. Per a fabricar cada model, en la primera fase es necessita 1 treballador per a cada peça. En canvi, en la segona fase es necessiten 2 treballadors per al model A i 3 treballadors per al model B. El benefici que s'obté és de 40 € pel model A i 50 € pel model B.

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió factible.
[1,25 punts]

b) Quantes peces de cada model per hora s'hauran de fabricar per tal que el benefici sigui màxim? Quin és aquest benefici màxim?
[0,75 punts]

19. PAU 2018 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

2. Considereu el pentàgon *ABCDE* de la figura següent:



a) Justifiqueu que la regió ombrejada no es pot representar mitjançant un sistema d'inequacions.

[1 punt]

b) Escriviu el sistema d'inequacions que determina els punts de la frontera i de l'interior del triangle *AED*.

[1 punt]

20. PAU 2017 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 1

1. Una empresa fabrica dos tipus de gelats, G1 i G2. En el procés d'elaboració utilitza dos tipus d'ingredients, A i B. Disposa de 90 kg de l'ingredient A i de 150 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsa de gelats del tipus G1, empra 1 kg de l'ingredient A i 2 kg de l'ingredient B. Per a fabricar una capsa de gelats del tipus G2, empra 2 kg de l'ingredient A i 1 kg de l'ingredient B. Si la capsa de gelats del tipus G1 es ven a 10 euros i la del tipus G2 es ven a 15 euros, quantes capses de gelats de cada tipus cal fabricar per a maximitzar els ingressos?

[2 punts]

21. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Una companyia aèria vol organitzar per a aquest estiu un pont aeri entre l'aeroport de Barcelona - el Prat i el de Palma de Mallorca, amb places suficients de passatge i càrrega per a transportar com a mínim 1.600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per a fer-ho, té a la seva disposició 11 avions del tipus A, que poden transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies cadascun, i 8 avions del tipus B, que poden transportar 100 persones i 15 tones cadascun. Si la contractació d'un avió del tipus A costa 4.000 euros i la d'un avió del tipus B en costa 1.000:

a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té la companyia.

[1 punt]

b) Calculeu el nombre d'avions de cada tipus que cal contractar perquè el cost sigui el mínim i determineu quin és aquest cost mínim.

[1 punt]

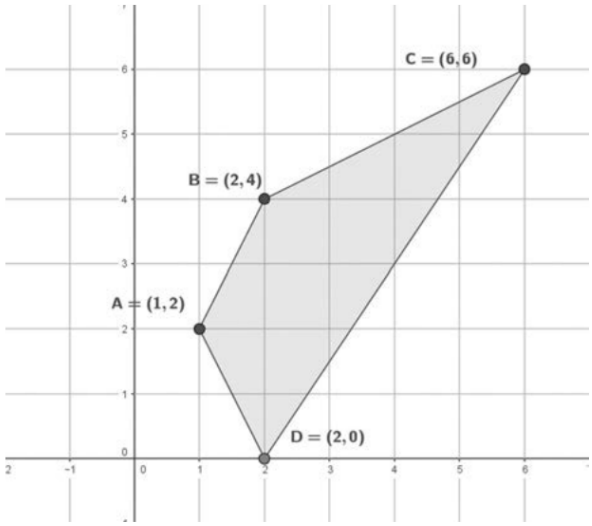
22. PAU 2017 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Un taller de joieria disposa de 150 grams de plata i de 180 hores de feina per a produir dos models d'anells. Per a fer un anell del model A calen 6 grams de plata i 3 hores de feina, mentre que per a fer-ne un del model B calen 2 grams de plata i 6 hores de feina. Els anells dels models A i B proporcionen, respectivament, 35 i 55 euros de benefici per unitat. Sabent que es vendrà tota la producció, determineu quants anells de cada model cal produir per a obtenir el màxim benefici i indiqueu quin és aquest benefici.

[2 punts]

23. PAU 2016 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Considereu el quadrilàter de la figura adjunta.



a) Definiu les condicions que han de complir els punts del quadrilàter ombrejat, incloent-hi la frontera.
[1,5 punts]

b) Justifiqueu analíticament si el punt $P = (4, 3)$ pertany al quadrilàter.
[0,5 punts]

Institut d'Estudis Catalans
L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

24. PAU 2016 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 6

6. Tenim quatre rectes: la recta r_1 passa pels punts $(-1, 0)$ i $(0, 1)$; la recta r_2 passa per $(-1, 0)$ i $(0, -1)$; la recta r_3 passa per $(1, 0)$ i $(0, 1)$, i la recta r_4 passa per $(1, 0)$ i $(0, -1)$.

a) Escriviu les inequacions que compleixen els punts de la frontera i de l'interior del quadrat que determinen aquestes quatre rectes i dibuixeu-lo.
[1 punt]

b) Determineu el valor màxim de k que fa que la recta $y = 2x + k$ tingui algun punt en comú amb el quadrilàter anterior.
[1 punt]

Institut d'Estudis Catalans
L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2016

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

25. PAU 2016 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 5

5. Considereu la regió del pla limitada per les rectes següents:

$$y = x + 1,\ y = -x + 1,\ y = x - 1,\ y = -x - 1.$$

a) Dibuixeu-la i calculeu-ne els vèrtexs.
[1 punt]

b) Considereu ara la família de rectes $y = 2x + k$. Calculeu en quin punt de la regió s'obté el valor més gran de k i determineu aquest valor.
[1 punt]

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

26. PAU 2015 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Considereu la regió del pla limitada per les rectes

$$y = 2x + 2,\ y = -2x + 2,\ y = 2x - 2,\ y = -2x - 2.$$

a) Dibuixeu-la i calculeu-ne els vèrtexs.
[1 punt]

b) Considereu ara la família de rectes $y = x + k$. Calculeu en quin punt de la regió s'obté el valor més gran de k i determineu aquest valor.
[1 punt]

27. PAU 2015 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 6

6. Una refineria de petroli produeix gasolina i gasoil. En el procés de refinació que s'hi porta a terme s'obté més gasolina que gasoil. A més, per a cobrir la demanda cal produir com a mínim 3 milions de litres de gasoil al dia, mentre que la demanda de gasolina és de 6,4 milions de litres al dia, com a màxim.

La gasolina té un preu d'1,9 €/L, i el gasoil val 1,5 €/L. Tenint en compte que es ven la totalitat de la producció, determineu quants litres de gasolina i de gasoil cal produir al dia per a obtenir el màxim d'ingressos.

[2 punts]

Institut d'Estudis Catalans

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2015

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

28. PAU 2015 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 6

6. Considereu el triangle de vèrtexs $A(-2, 0)$, $B(0, 3)$ i $C(2, -1)$.

a) Determineu les condicions que ha de complir un punt per a no ser fora del triangle.

[1 punt]

b) Justifiqueu analíticament si els punts $P(1, 1)$, $Q(-1, 1)$ i $R(-1, 2)$ són interiors, exteriors o es troben sobre els costats del triangle.

[1 punt]

Institut d'Estudis Catalans

29. PAU 2014 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 5

5. Una companyia aèria programa una oferta d'un màxim de 5.000 places, entre classe turista i preferent. Per cada plaça de classe turista obté uns guanys de 30 €, mentre que per cada plaça de classe preferent el benefici és de 40 €. Per raons tècniques, no és possible oferir més de 4.500 places de classe turista, i el nombre de places de classe preferent no pot superar la tercera part de les de classe turista. Calculeu quantes places de cada classe cal oferir per a maximitzar els guanys.

30. PAU 2014 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5

5. Hem de fertilitzar els terrenys d'una finca utilitzant dos adobs, A i B. El cost de l'adob A és de 0,9 €/kg, i l'adob B costa 1,5 €/kg. L'adob A conté un 20 % de nitrogen i un 10 % de fòsfor, mentre que l'adob B en conté un 18 % i un 15 %, respectivament. Per a fertilitzar els terrenys correctament ens cal un mínim de 180 kg de nitrogen i 120 kg de fòsfor.

a) Si anomenem x els kilograms d'adob A i y els kilograms d'adob B, escriviu el sistema d'inequacions que satisfà les condicions anteriors.

[1 punt]

b) Quina és la despesa mínima que hem de fer si volem fertilitzar els terrenys de la finca correctament?

[1 punt]

31. PAU 2014 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Una empresa d'informàtica fabrica ordinadors portàtils i de taula i ven tots els que fabrica. L'empresa té capacitat per a fabricar 3.000 ordinadors. Per qüestions de mercat, el nombre d'ordinadors de taula no pot ser inferior a la meitat del nombre de portàtils, però tampoc no pot superar el nombre de portàtils. L'empresa guanya 100 € per cada ordinador de taula, i un 20 % més en la venda de cada portàtil. Quants ordinadors de cada classe ha de fabricar per a maximitzar els beneficis?

32. PAU 2013 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Un florista disposa de 50 margarides, 80 roses i 80 clavells, i en fa rams de dues classes: per a uns fa servir 10 margarides, 20 roses i 10 clavells, i per als altres fa servir 10 margarides, 10 roses i 20 clavells. La primera classe de rams es ven a 40 €, mentre que la segona es ven a 50 €. Quants rams de cada classe ha de fer si vol ingressar el màxim possible?

[2 punts]

33. PAU 2013 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 6

6. Tinc un problema: fabrico televisors de LED, que em deixen un benefici de 100 € cadascun, i televisors de plasma, que em donen la meitat de benefici unitari. No puc produir més de 30 televisors al dia, i la diferència entre la producció dels de LED i els de plasma és, com a màxim, de quatre unitats. Quants n'he de produir de cada classe per a guanyar el màxim?

[2 punts]

34. PAU 2013 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5

5. Un botiguer va al mercat central amb la seva furgoneta, que pot carregar 700 kg, i amb 500 € a la butxaca, a comprar fruita per a la seva botiga. Hi troba pomes a 0,80 €/kg i taronges a 0,50 €/kg. Calcula que podrà vendre les pomes a 0,90 €/kg i les taronges a 0,58 €/kg. Quina quantitat de pomes i de taronges li convé comprar si vol obtenir el benefici més gran possible?

[2 punts]

35. PAU 2012 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Una petita fàbrica produeix formatge i mantega. Per a fabricar un formatge es necessiten 10 litres de llet, mentre que per a fabricar una pastilla de mantega se'n necessiten 5. La quantitat de formatges produïts no pot superar el doble de la quantitat de pastilles de mantega. De la mateixa manera, la quantitat de pastilles de mantega no pot superar el doble de la quantitat de formatges produïts. En total, la fàbrica disposa de 800 litres de llet. Després de la venda, per cada formatge s'obté un benefici de 5 € i per cada pastilla de mantega s'obté un benefici de 2 €. Determineu quina quantitat de formatges i quina quantitat de pastilles de mantega cal produir per tal que el benefici total després de la venda sigui màxim. Quin benefici s'obtindrà?

[2 punts]

36. PAU 2012 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Construïm en el pla el triangle de vèrtexs $A(-3, 1)$, $B(1, 2)$ i $C(-2, 3)$.

a) Trobeu les inequacions que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del triangle ABC.

[1 punt]

b) Justifiqueu si els punts $P(0, 2)$, $Q(2, 2)$ i $R(-1, 2)$ són interiors, exteriors o es troben sobre els costats del triangle.

[1 punt]

37. PAU 2012 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Construïm en el pla el quadrilàter de vèrtexs $A(1, 1)$, $B(2, 4)$, $C(4, 5)$ i $D(3, 0)$, els costats del qual són els segments AB, BC, CD i DA.

a) Escriviu les desigualtats que determinen la regió del pla continguda i sobre els costats del quadrilàter $ABCD$.

[1 punt]

b) Feu servir les desigualtats anteriors per a justificar si els punts $P(3, 1)$, $Q(3, 4)$ i $R(5, 2)$ són interiors, exteriors o estan sobre els costats del quadrilàter.

[1 punt]

38. PAU 2011 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Una empresa fabrica dos tipus de begudes, que anomenarem B_1 i B_2, i en el procés de fabricació fa servir dos tipus d'ingredients, que designarem C i D. Disposa de 90 L de C i de 150 L de D. Per cada bidó de beguda B_1 calen 1 L d'ingredient C i 2 L d'ingredient D, i per cada bidó de beguda B_2 calen 2 L de C i 1 L de D. Sabem que cada bidó de B_1 dóna 10€ de benefici, i que cada bidó de B_2 en proporciona 15€.

a) Plantegeu les inequacions corresponents a les restriccions indicades, calculeu els vèrtexs de la regió factible, i dibuixeu-la.

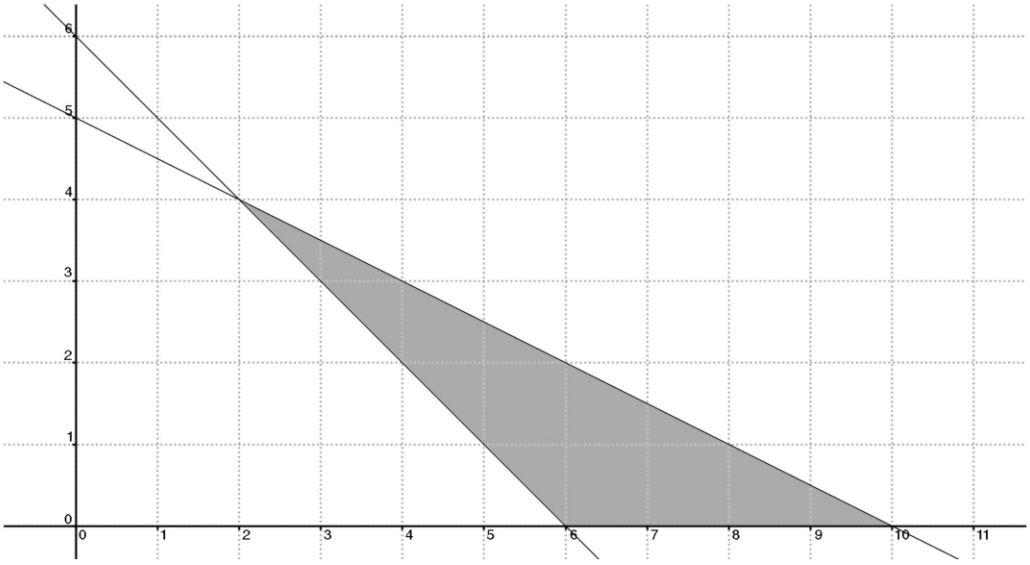
[1 punt]

b) Escriviu la funció objectiu. Quants bidons de cada tipus cal fabricar per a obtenir el benefici màxim? Quin és aquest benefici?

[1 punt]

39. PAU 2011 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Considereu la regió ombrejada de la figura següent:



a) Determineu el sistema d'inequacions que la delimita.

[1 punt]

b) Calculeu el valor màxim de la funció $z = x + 2y$ en aquesta regió, i indiqueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt]

40. PAU 2011 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Considereu la regió del pla limitada per les rectes $x = 0$, $y = 0$, $2x - 3y = -6$, $x + 3y = 15$ i $x = 6$.

a) Dibuixeu-la, calculeu-ne els vèrtexs i justifiqueu si els punts $P(1, 3)$ i $Q(3, 3)$ pertanyen o no a aquesta regió.

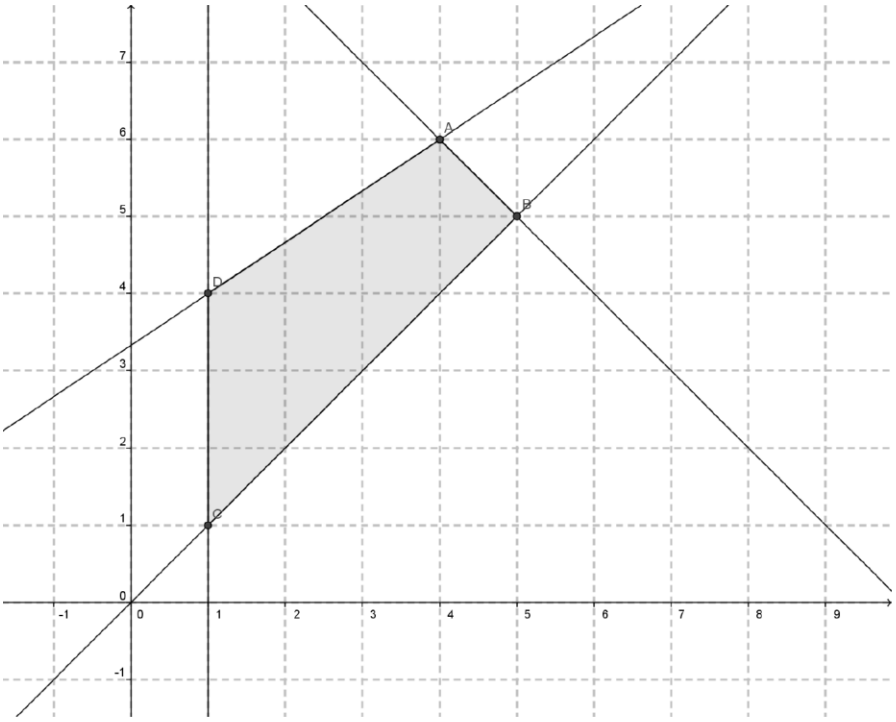
[1,5 punts]

b) Calculeu en quins punts d'aquesta regió la funció $f(x, y) = x + 4y$ assoleix el valor màxim i el valor mínim, i indiqueu aquests valors.

[0,5 punts]

41. PAU 2010 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 4

4. Considereu la regió del pla representada en la figura següent:



a) Determineu les inequacions que defineixen els punts interiors i els punts de la frontera del quadrilàter *ABCD*.

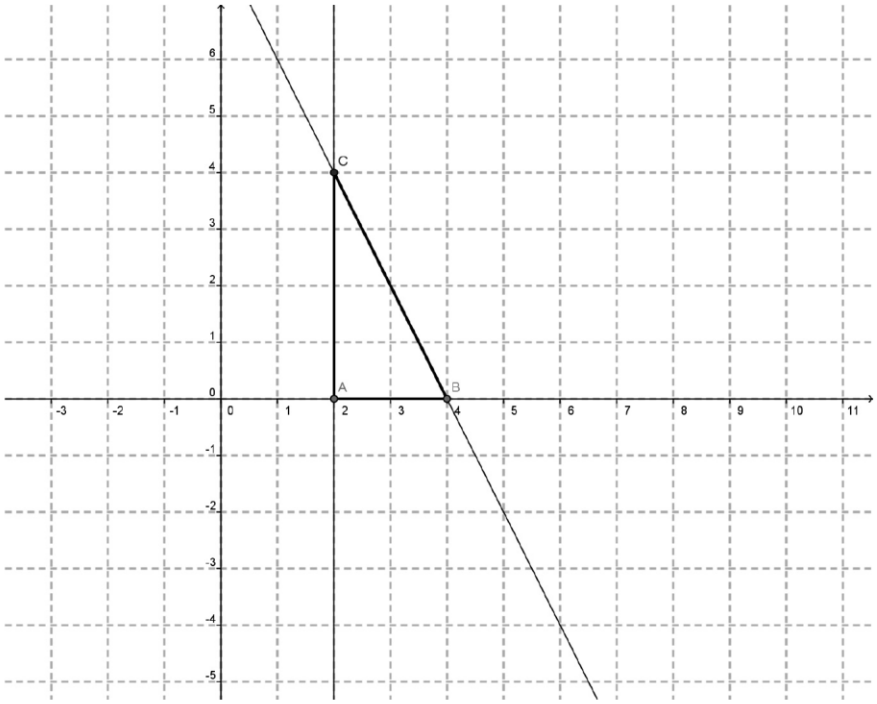
[1 punt]

b) Determineu els punts en què s'assoleix el màxim i el mínim de la funció $f(x, y) = 2x - 2y + 7$, i digueu quins són aquests valors.

[1 punt]

42. PAU 2010 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Considereu el triangle ABC que es mostra en la figura següent:



a) Escriviu el sistema d'inequacions que determinen el triangle ABC i l'interior d'aquest.

[1 punt]

b) Indiqueu els punts de la regió indicada en què la funció $z = 2x + y$ assoleix el valor màxim.

[1 punt]

43. PAU 2010 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Una botiga de bijuteria ven anells i collarets en lots de dos tipus: el lot de tipus A està format per un anell i un collaret, mentre que el lot de tipus B consta de 3 anells i un collaret. Sabem que disposen de 1 500 anells i de 1 000 collarets. En cada lot de tipus A guanyen 0,70 €, mentre que en cada lot de tipus B guanyen 1 €. Indiqueu quants lots de cada tipus han de vendre per a obtenir el màxim benefici.

[2 punts]

44. PAU 2010 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Un concessionari de motos comercialitza dos models, un de 125 cc i un altre de 50 cc. Per cada moto de 125 cc que ven, guanya 1 000 € i per cada moto de 50 cc, guanya 600 €. D'altra banda, per tal de satisfer els objectius marcats pel fabricant, cal que el concessionari compleixi les condicions següents:

a) Vendre entre 50 i 150 motos de 125 cc.

b) Vendre almenys tantes motos de 50 cc com de 125 cc.

c) No vendre més de 500 motos de 50 cc.

Determineu quantes motos de cada tipus ha de vendre el concessionari per a obtenir el màxim benefici, i calculeu aquest benefici màxim.

[2 punts]

45. PAU 2009 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{aligned} 2x+y &\leq 10 \\ x+y &\leq 8 \\ x &\leq 4 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}\right\}$$

a) Representeu gràficament la regió de solucions.

[1 punt]

b) Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = 2x + y$ en aquesta regió. Digueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt]

46. PAU 2009 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 5

PROBLEMES

5. Un llibreter vol fer una comanda de dues classes de llibres a dos editors, A i B. L'editor A ofereix lots de cinc llibres d'assaig i cinc novel·les per 50 €. L'editor B ofereix lots de cinc llibres d'assaig i deu novel·les per 150 €. El llibreter vol comprar, com a mínim, 2 500 llibres d'assaig i 3 500 novel·les. Per un compromís adquirit amb l'editor B, no pot comprar a l'editor A més de tres vegades el que compra a l'editor B. Determineu quants lots haurà de comprar a cada editor per a minimitzar el cost i poder complir el seu compromís.

[4 punts]

47. PAU 2009 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Considereu la regió determinada pel sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{aligned} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \geq 4 \\ -x + y \geq 0 \end{aligned}\right\}$$

a) Representeu aquesta regió.
[1 punt]

b) Esbrineu si la funció $f(x, y) = x - 3y + 6$ té màxim en aquesta regió i, si escau, trobeu-lo.
[1 punt]

48. PAU 2009 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5

PROBLEMES

5. Un agricultor disposa d'un camp on plantarà patates i pastanagues. Les patates per a plantar costen 1,5 €/kg, i les pastanagues, 1,75 €/kg. La quantitat de patates plantades no pot superar el doble de la quantitat de pastanagues, i tampoc no pot ser inferior a la meitat de les pastanagues plantades. La despesa que aquest agricultor ha de fer per plantar les patates i les pastanagues no pot superar els 150 €. Per cada kilogram que planta, obté un benefici, després de la venda, de 20 €/kg per a les patates i de 50 €/kg per a les pastanagues. Determineu quina quantitat de cada producte ha de sembrar per tal que el benefici després de la venda sigui màxim.
[4 punts]

49. PAU 2009 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{aligned} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + 5y \leq 10 \\ 3x + 4y \leq 12 \end{aligned}\right\}$$

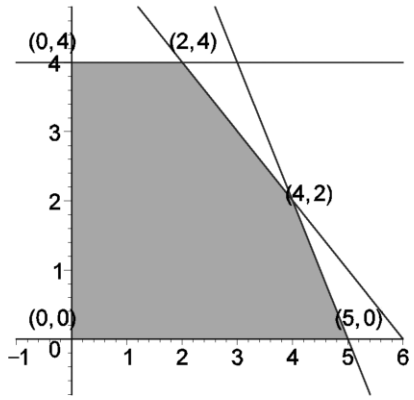
a) Dibuixeu la regió de solucions del sistema.
[1 punt]

b) Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = x + 3y$ quan està sotmesa a les restriccions anteriors.
[1 punt]

50. PAU 2009 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5

PROBLEMES

5. La figura següent representa la regió de solucions d'un sistema d'inequacions lineals:



a) Trobeu el sistema d'inequacions que determina aquesta regió.
[1 punt]

b) Determineu el valor màxim de la funció $f_1(x, y) = x + y + 1$ en aquesta regió, i digueu en quins punts s'assoleix aquest màxim.
[1 punt]

c) Trobeu el valor de a perquè la funció $f_2(x, y) = ax + 2y + 3$ assoleixi el màxim en el segment comprès entre els extrems $(4, 2)$ i $(5, 0)$.
[1 punt]

d) Determineu els valors de a per als quals la funció $f_2(x, y) = ax + 2y + 3$ assoleix el màxim només en el punt $(4, 2)$.
[1 punt]

51. PAU 2008 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{array}{rl} x-4y \geq & -11 \\ x+y \geq & 4 \\ x-4y \leq & -6 \\ x+y \leq & 9 \end{array}\right\}$$

a) Dibuixeu la regió de solucions del sistema.
[1 punt]

b) Una funció objectiu $f(x, y) = ax + by + c$ pren el valor mínim en aquesta regió en el punt $(4, 15/4)$. Digueu si també pren el valor mínim en altres punts de la regió i, si és així, determineu-los.
[1 punt]

52. PAU 2008 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 6

6. Una empresa de mobles fabrica dos models d'armaris, A i B. Per al model A calen 5 h 30 min de feina i 2 m de fusta. Per al model B calen 4 h de feina i 3 m de fusta. L'empresa no pot fabricar més de 430 armaris per setmana, disposa de 2 800 h de feina i de 1 200 m de fusta. Els armaris de tipus A i B proporcionen, respectivament, 250 € i 310 € de benefici cadascun. Determineu el nombre d'armaris de cada tipus que s'han de fabricar per a obtenir el benefici màxim.

[4 punts]

---

53. PAU 2008 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x+3y &\leq 18 \\ x+y &\leq 10 \end{aligned}\right\}$$

a) Representeu gràficament la regió de solucions.

[1 punt]

b) Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = 3x + 5y$ en aquesta regió i per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[0,5 punts]

c) Determineu el màxim de la funció $f(x, y) = 3x + 3y$ en aquesta regió i per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[0,5 punts]

54. PAU 2008 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 3

3. En un problema de programació lineal, la regió de solucions és el quadrat de vèrtexs (1, 1), (1, 3), (3, 3) i (3, 1), i la funció objectiu és $B(x, y) = 3x + 2y$.

a) Determineu en quin punt és màxima la funció objectiu i quin és aquest valor màxim.

[1 punt]

b) Doneu un conjunt d'inequacions que determini la regió de solucions.

[1 punt]

55. PAU 2008 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle de vèrtexs (0, 1), (2, 0) i (3, 4).

[2 punts]

56. PAU 2008 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 5

PROBLEMES

5. El vaixell de Barcelona a Palma de Mallorca porta automòbils i camions a la bodega. Cada camió ocupa quatre places d'automòbil. La superfície total de la bodega permet situar-hi fins a 200 automòbils. Cada automòbil pesa 1 000 kg, i cada camió, 9 000 kg. El pes total permès per a la càrrega és de 300 000 kg. La companyia cobra 50 € per cada cotxe i 300 € per cada camió. Calculeu el nombre de cotxes i camions que s'han de carregar per a obtenir un benefici màxim, i també quin és aquest benefici màxim.

[4 punts]

57. PAU 2007 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{array}{rcl} x-y+1 & \geq & 0 \\ x+y & \geq & 1 \\ 5x+y & \leq & 13 \end{array}\right\}$$

a) Representeu gràficament la regió factible.

b) Calculeu el màxim de la funció $f(x, y) = x - 3y$ en aquesta regió.

58. PAU 2007 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Escriviu un sistema d'inequacions lineals que doni com a zona solució l'interior del paral·lelogram que té vèrtexs A(1, 1), B(5, 5), C(3, 8), i D(–1, 4).

59. PAU 2007 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Trobeu el màxim de la funció $f(x, y) = 5x + y - 13$ en la regió tancada definida pel triangle de vèrtexs A = (2, 4), B = (6, 8) i C = (7, 3), així com el punt o els punts on s'obté aquest màxim.

60. PAU 2007 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

3. En un taller fabriquen dos tipus de bosses. Per fer una bossa del primer model es necessiten 0,9 m^2 de cuir i 8 hores de feina. Per al segon model necessiten 1,2 m^2 de cuir i 4 hores de feina. Per a fer aquests dos tipus de bosses el taller disposa de 60 m^2 de cuir i pot dedicar-hi un màxim de 400 hores de feina.

a) Expresseu, mitjançant un sistema d'inequacions, les restriccions a les quals està sotmesa la producció d'aquests dos models de bosses.

b) Representeu la regió solució d'aquest sistema i trobeu-ne els vèrtexs.

61. PAU 2007 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Considereu el sistema d'inequacions següent:

$$\left.\begin{array}{rcl} x+2y & \leq & 8 \\ x+y & \geq & 5 \\ x-5y & \leq & 0 \end{array}\right\}$$

a) Resoleu-lo gràficament.

b) Trobeu-ne totes les solucions enteres.

62. PAU 2007 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 4

4. Trobeu un sistema d'inequacions que tingui com a conjunt de solucions l'interior i els costats del triangle del pla de vèrtexs (0, 0), (2, 3) i (3, 1).

63. PAU 2007 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 6

6. Un taller de confecció fa jaquetes i pantalons per a criatures. Per a fer una jaqueta es necessiten 1 m de roba i 2 botons, i per a fer uns pantalons calen 2 m de roba, 1 botó i 1 cremallera. El taller disposa de 500 m de roba, 400 botons i 225 cremalleres. El benefici que s'obté per la venda d'una jaqueta és de 20 € i per la d'uns pantalons és de 30 €. Suposant que es ven tot el que es fabrica:

a) Calculeu el nombre de jaquetes i de pantalons que s'han de fer per tal d'obtenir un benefici màxim. Determineu també aquest benefici màxim.

b) Si el material sobrant es ven a 1 € el metre de roba, a 0,20 € cada cremallera i a 0,01 € cada botó, calculeu quant es pot obtenir de la venda del que ha sobrat.

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

64. PAU 2006 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Afegiu inequacions al sistema

$$\begin{cases} x \leq y \\ 3y \leq x + 12 \end{cases}$$

per tal que la regió de les solucions del sistema resultant tingui forma de paral·lelogram. Justifiqueu l'elecció que heu fet.

Puntuació: 1 punt per cada inequació afegida amb la justificació explicada. Total: 2 punts.

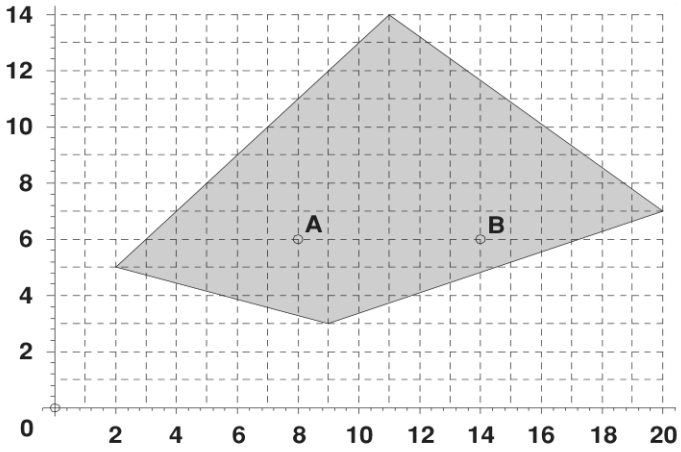
65. PAU 2006 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 6

6. En un jardí municipal es volen plantar un mínim de 1.200 geranis, 3.200 clavells i 3.000 margarides. Una empresa A ofereix un lot que conté 30 geranis, 40 clavells i 30 margarides per 15 €. Una altra empresa B ofereix un lot de 10 geranis, 40 clavells i 50 margarides per 12 €. L'Ajuntament compra x lots a l'empresa A i y lots a l'empresa B.
   a) Determineu les inequacions que representen les restriccions a les quals estan sotmesos els valors de x i de y per tal que compleixin les condicions de la plantació.
   b) Representeu gràficament la regió del pla que satisfà les inequacions.
   c) Trobeu el nombre de lots de cada tipus que fan que la despesa sigui mínima i calculeu aquesta despesa mínima.
   d) Trobeu quants geranis, clavells i margarides adquireix l'Ajuntament amb la compra de preu mínim i quantes plantes i de quin tipus haurà adquirit per sobre del mínim que vol plantar.

Puntuació per cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

66. PAU 2006 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. La funció objectiu d'un problema de programació lineal és $f(x, y) = ax - by + c$, amb a, b, c nombres positius. Esbrineu a quin dels dos punts A ó B del gràfic la funció objectiu pren un valor major. Raoneu la resposta.



Puntuació total: 2 punts.

67. PAU 2006 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Els alumnes d'un institut disposen de 300 samarretes, 400 llapis i 600 bolígrafs per finançar-se un viatge. Tenen la intenció de vendre'ls en dos tipus de lots: el lot A consta d'1 samarreta, 3 llapis i 2 bolígrafs i el venen per 9 €. El lot B consta d'1 samarreta, 2 llapis i 4 bolígrafs i el venen per 11 €. Calculeu quants lots de cada tipus han de vendre per treure'n el benefici màxim i aquest benefici màxim.

Puntuació pel plantejament: 2 punts; gràfic: 1 punt; solució: 1 punt. Total: 4 punts.

68. PAU 2006 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

1. a) Representeu la regió solució del sistema d'inequacions lineals següent:

$$\begin{cases} 3x - 2y \leq 3 \\ x + y \leq -1. \end{cases}$$

b) Determineu tres punts d'abscissa $x = -2$ i ordenada entera que siguin solució del sistema.

Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.

69. PAU 2006 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

2. En un problema de programació lineal la regió factible és el conjunt convex format pel triangle de vèrtexs: (0,0), (0,1) i (1,0). La funció objectiu és paral·lela a la recta $x + y = 0$. Trobeu els punts en què la funció objectiu assoleix:
   a) el mínim;
   b) el màxim.

Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.

70. PAU 2005 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 4

4. a) Resoleu gràficament el sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \leq 5 \\ 2 \leq y \leq 4 \\ y - x \leq 0 \end{cases}$$

b) Trobeu tots els punts (x, y) que siguin solucions enteres del sistema i que compleixin $x = y$.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

71. PAU 2005 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 6

6. Una empresa de telefonia mòbil fabrica dos models de telèfon: A i B. El nombre total de telèfons fabricats mensualment no supera els 3000. També sabem que sempre es fabriquen almenys 1000 unitats de telèfons A i que la meitat dels telèfons A no supera la tercera part dels telèfons B. Si els telèfons A generen un benefici de 40 € per unitat i els B generen un benefici de 20 € per unitat, trobeu la quantitat de cada classe que s'ha de fabricar per obtenir un benefici també màxim i també aquest benefici màxim.

Puntuació: sistema i gràfic 1 punt; determinació dels vèrtexs del contorn 1 punt; determinació del nombre de telèfons de cada classe i del benefici màxim 2 punts. Total: 4 punts.

72. PAU 2005 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Ca
Organització de Proves d'Acc

4. Calculeu en quins punts de la regió determinada pel sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0 \\ 4x + 3y - 4 \geq 0 \\ 3x + 5y \leq 15 \end{cases}$$

la funció $F(x, y) = \frac{4x}{3} + y$ pren els seus valors màxim i mínim, i quins són aquests valors.

Puntuació: gràfic 1 punt; determinació dels punts del contorn i obtenció de tots els punts extrems 1 punt. Total: 2 punts.

73. PAU 2005 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Un taller pot produir per dia com a màxim 12 articles del tipus A i 20 del tipus B. Cada dia el servei tècnic pot controlar un mínim de 20 articles i un màxim de 25, independentment del tipus.

   a) Siguin x i y el nombre d'articles produïts per dia dels tipus A i B, respectivament. Expresseu les condicions anteriors mitjançant un sistema d'inequacions en x i y.
   b) Representeu la regió del pla determinada per aquest sistema.
   c) Sabem que el benefici de produir els articles de tipus A és el doble del que s'obté amb els articles de tipus B. Trobeu quants articles de cada tipus ha de produir el taller per obtenir el benefici màxim.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

74. PAU 2005 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. a) Determineu la regió solució del sistema i el seu vèrtex:

$$\begin{cases} 3x + y \geq 10 \\ x - 3y \leq 0 \end{cases}$$

   b) Calculeu el valor de la funció $f(x, y) = x - 4y$ en el vèrtex i expliqueu raonadament si correspon a un extrem de $f(x, y)$ i de quina classe és.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

ıya
la Universitat

75. PAU 2005 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5

5. En una empresa es fabriquen dos tipus de peces que anomenarem A i B. Per fabricar una peça de tipus A es necessiten 2 quilos d'un metall i per fer-ne una de tipus B, 4 quilos del mateix metall. L'empresa disposa com a màxim de 100 quilos de metall i no pot fabricar més de 40 peces de tipus A ni més de 20 de tipus B.

   a) Doneu un sistema d'inequacions que representi les restriccions en la fabricació que té l'empresa.
   b) Determineu gràficament els punts del pla que verifiquen aquest sistema.
   c) D'entre les solucions obtingudes, quins són els possibles valors de peces de cada tipus (han de ser enters) si es volen exhaurir els 100 quilos de metall? Expliqueu detalladament què feu per trobar-los.

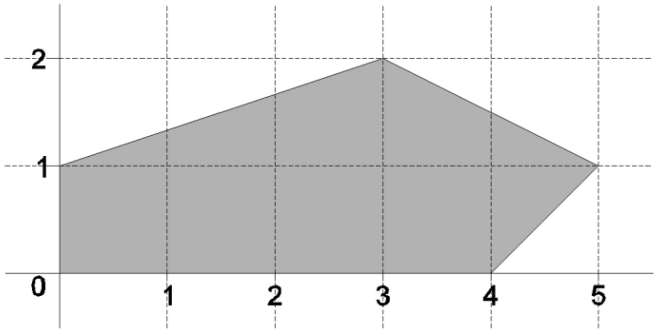
Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

76. PAU 2004 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 1

Districte universita

QÜESTIONS

1. Trobeu els punts de la regió del dibuix on la funció $f(x,y) = 2x + 4y + 5$ pren el valor màxim i digueu quin és el benefici màxim.



Puntuació: 2 punts.

a

77. PAU 2004 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 2

ya
'AU de Catal

2. Maximitzeu la funció $f(x,y) = 2x - 3y$ amb les restriccions: $x + 2y \leq 24$, $2x + y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Puntuació: 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.

78. PAU 2004 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Ca
Coordinació i Organització de

3. a) Representeu gràficament la regió de solucions del sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ x + y \geq 2 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

b) Calculeu el mínim de la funció $f(x, y) = x - 2y$ en la regió solució del sistema anterior. En quins punts d'aquesta regió s'assoleix aquest mínim?

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.

79. PAU 2004 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. Decidiu si el polígon de vèrtexs consecutius $A(0,0)$, $B(5,2)$, $C(7,1)$, $D(7,6)$ i $E(0,6)$ és la regió factible d'un problema de programació lineal. Justifiqueu la resposta.

Puntuació: 2 punts. Les respostes sense raonar no puntuen.

Districte univ

80. PAU 2004 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

1. Sigui *S* la regió del pla de coordenades més grans o igual que zero i tal que els seus punts compleixen que:

   (i) la mitjana aritmètica de les coordenades és menor o igual que 5
   (ii) el doble de l'abscissa més l'ordenada és més gran o igual que 5

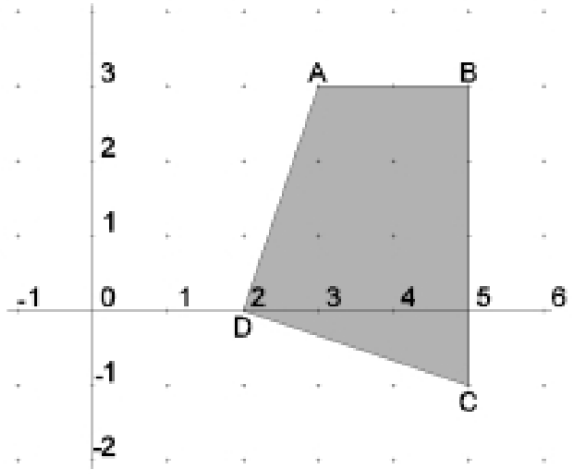
   a) Representeu gràficament el conjunt *S*.
   b) Determineu en quins punts de *S* la funció $f(x,y) = 2x + y$ pren el valor màxim.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.

81. PAU 2004 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Coordinació i Organització de les PAU de Catalunya

2. El quadrilàter *ABCD* és la regió solució d'un sistema d'inequacions lineals. Els costats del quadrilàter també formen part de la regió solució.



   a) Trobeu el valor màxim i el mínim de la funció $f(x,y) = x + 3y$ en aquesta regió.
   b) En quins punts de la regió solució la funció de l'apartat anterior assoleix el màxim i en quins, el mínim?

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.

82. PAU 2003 · Setembre · Sèrie única · Exercici 2

D
de Catalunya

2. Dibuixeu la regió del pla determinada pel sistema d'inequacions següent:

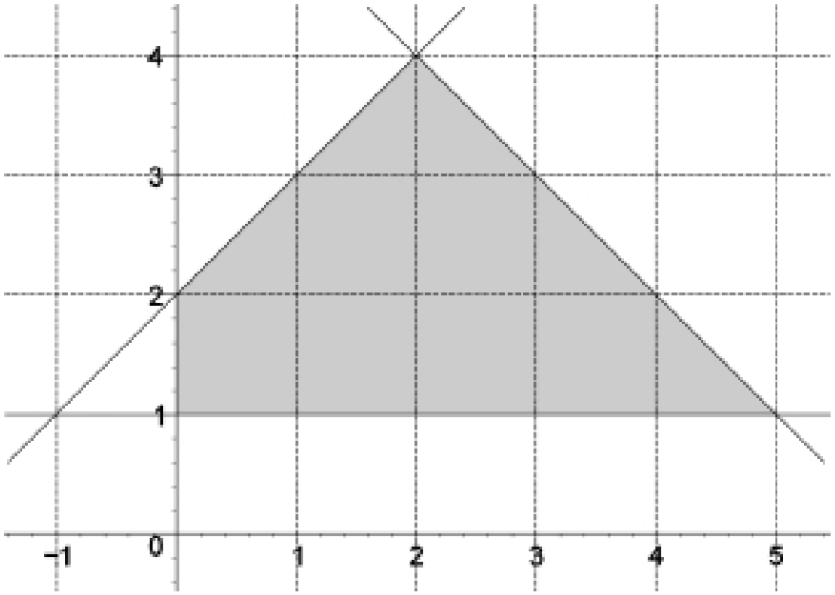
$$\begin{cases} x + y \leq 5 \\ -x + y \leq 1 \\ x + 2y \geq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

   i calculeu el màxim de la funció $f(x, y) = 2x + 2y$ en aquesta regió.

Puntuació: 1 punt per la gràfica i 1 punt pel màxim. Total: 2 punts.

83. PAU 2003 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 1

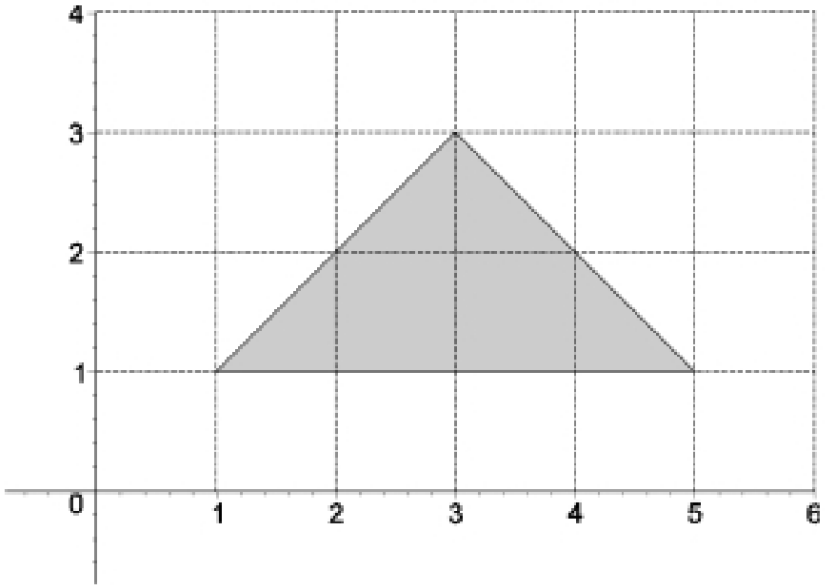
1. Determineu el sistema de quatre inequacions amb dues incògnites que té per solució el polígon ombrejat dibuixat a la gràfica següent, suposant que els costats també són solució.



Puntuació: 2 punts.

84. PAU 2003 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Determineu el sistema de tres inequacions i dues incògnites que té per solució el triangle assenyalat en la gràfica següent, suposant que els costats del triangle també formen part de la solució.



Puntuació: 2 punts.

85. PAU 2002 · Setembre · Sèrie única · Exercici 6

6. Un entusiasta de la salut vol tenir un mínim de 36 unitats de vitamina A al dia, 28 unitats de vitamina C i 32 unitats de vitamina D. Cada pastilla de la marca 1 costa 0,03 € i proporciona 2 unitats de vitamina A, 2 de C i 8 de D. Cada pastilla de la marca 2 costa 0,04 € i proporciona 3 unitats de vitamina A, 2 de C i 2 de D. Quantes pastilles de cada marca haurà de comprar per a cada dia si vol cobrir les necesitats bàsiques amb el menor cost possible?

Puntuació: Total: 4 punts.

86. PAU 2002 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 6

6. En una prova es proposen 10 qüestions de 5 punts i 8 qüestions de 10 punts i es dóna un temps de 100 minuts. Només es valoren els encerts; els errors o respostes en blanc no resten puntuació.
L'Anna, que està capacitada per contestar correctament totes les qüestions, necessita 4 minuts de mitjana per respondre a cada qüestió de 5 punts i 10 minuts per respondre a cada qüestió de 10 punts.
Quina estratègia ha de seguir l'Anna (és a dir, quantes preguntes de cada tipus ha de contestar) per obtenir la millor puntuació possible en les seves condicions?

Puntuació: Total: 4 punts.

87. PAU 2001 · Setembre · Sèrie única · Exercici 2 (Problemes)

2. Un pastisser té 150 kg de farina, 22 kg de sucre i 26 kg de mantega per fer dos tipus de pastissos. Es necessiten 3 kg de farina, 1 de sucre i 1 de mantega per fer una dotzena de pastissos del tipus *A*, mentre que les quantitats per una dotzena del tipus *B* són, respectivament, 6 kg, 0,5 kg i 1 kg. Si el benefici que s'obté per la venda d'una dotzena de pastissos del tipus *A* és 20 i per una dotzena del tipus *B* és 30, trobeu el nombre de dotzenes de pastissos de cada tipus que ha de produir per maximitzar el seu benefici. [4 punts]

88. PAU 2001 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2 (Problemes)

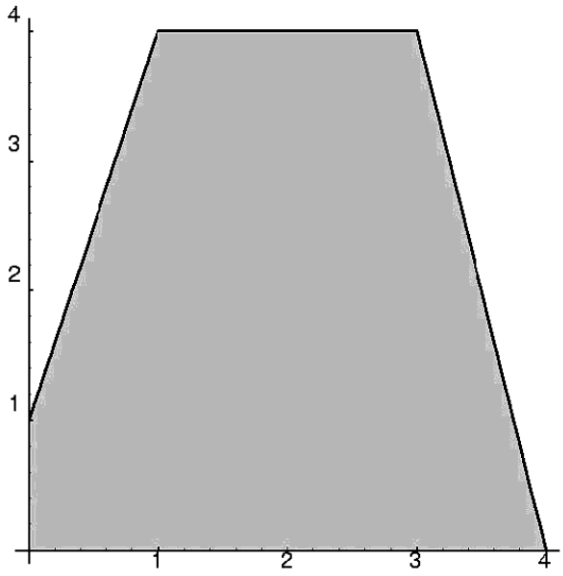
2. En un taller de confecció es disposa de 80 metres quadrats de tela de cotó i de 120 metres quadrats de tela de llana. Es fan dos tipus de vestits, *A* i *B*. Per fer un vestit del tipus *A* es necessita 1 metre quadrat de cotó i 3 metres quadrats de llana; en canvi, per un vestit del tipus *B* calen 2 metres quadrats de cada tipus de tela.

   a) Quants vestits de cada tipus s'han de fer per obtenir un benefici total màxim si per cada vestit (sigui del tipus que sigui) es guanyen 30 euros?
   b) Quina seria la conclusió a la pregunta anterior si per cada vestit del tipus *A* es guanyen 30 euros i, en canvi, per cada un del tipus *B* només es guanyen 20 euros?

Nota: L'apartat a) val 2,5 punts i l'apartat b) val 1,5 punts. [4 punts]

89. PAU 2000 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 2 (Qüestions)

2. Escriviu un sistema de quatre inequacions (amb dues variables *x* i *y)* de tal manera que la regió del pla que determini aquest sistema sigui la regió ombrejada del dibuix següent:



[2 punts]

90. PAU 2000 · Setembre · Sèrie 6 · Exercici 2 (Problemes)

2. En una refineria es produeixen dos tipus de fertilitzants a partir de quatre compostos: nitrogen, àcid fosfòric, potassi soluble i guano. A la taula següent s'expressa la composició per bidó d'aquests dos fertilitzants:

	Nitrogen	Àcid fosfòric	Potassi	Guano
Fertilitzant 1	20 litres	30 litres	30 litres	20 litres
Fertilitzant 2	10 litres	10 litres	60 litres	20 litres

L'empresa disposa de 900 litres de nitrogen i de 1.400 litres de guano, i les quantitats dels altres dos components no estan limitades, encara que a causa del gran estoc existent d'aquests dos productes cal utilitzar almenys 600 litres d'àcid fosfòric i 1.800 litres de potassi. Cada bidó del fertilitzant 1 suposa un benefici de 6 pessetes, i de 5 pessetes cada bidó de l'altre fertilitzant. Trobeu quina quantitat de fertilitzant de cada classe cal produir per obtenir un benefici màxim. [4 punts]

91. PAU 2000 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1 (Qüestions)

1. Dibuixeu la regió del pla determinada per les desigualtats

$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ 4x + y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Calculeu després el màxim de la funció $z = x + y$ en aquesta regió. [2 punts]