Matemàtiques aplicades a les ciències social

Funcions: anàlisi d'una funció donada

Exercicis · 162 exercicis

Proves d'accés a la universitat (PAU) de Catalunya. Ordenats del més recent al més antic.
Retalls dels exàmens i pautes oficials (selecat.cat / universitats.gencat.cat).

1. PAU 2026 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 1

Exercici 1

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 1	

Una empresa comercialitza un accessori tecnològic. Segons diversos estudis de mercat, la relació entre el preu de venda p (en euros) i la quantitat demanada setmanal $d(p)$ (en unitats) és donada per la funció $d(p) = 500 - 10p - p^2$, $0 < p < 15$.

Es defineix també l'ingrés setmanal de l'empresa com a $I(p) = p \cdot d(p)$.

1.1. Determineu el preu p que maximitza l'ingrés setmanal $I(p)$. Per a aquest preu, calculeu la quantitat demanada setmanal corresponent i el valor de l'ingrés màxim.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 1.1	

1.2. El concepte de l'elasticitat de la demanda respecte al preu mesura, com el seu nom indica, la sensibilitat de la quantitat demanada davant dels canvis relatius en el preu, i s'utilitza per a analitzar com responen els consumidors a les variacions de preus. Per a funcions derivables, l'elasticitat de la demanda respecte al preu és donada per l'expressió $E(p) = \dfrac{p}{d(p)} d'(p)$, en què $d'(p)$ denota la derivada de la funció $d(p)$.

Calculeu l'expressió de l'elasticitat de la demanda respecte al preu $E(p)$ i determineu-ne el valor per a un preu de 5 € i per a un preu de 10 €.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 1.2	

2. PAU 2026 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 4 (Opció B)

Exercici 4

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4	

Tres amics —la Carme, el Saïd i el Martí— van crear fa uns anys una petita associació dedicada a la divulgació de les matemàtiques. En aquesta associació organitzen tallers per a famílies, visiten escoles i instituts d'arreu del país, i imparteixen seminaris en línia.

El curs passat van dur a terme un total de 240 activitats, repartides en 96 tallers familiars, 84 xerrades en escoles o instituts i 60 seminaris en línia. Els dos primers tipus d'activitats són presencials, mentre que els seminaris en línia, evidentment, no ho són.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen. **Indiqueu a la portada de l'examen l'opció escollida.**

OPCIÓ B

4.1. Per estudiar l'efecte d'una campanya de promoció dels tallers familiars d'aquest curs, els tres amics modelitzen el nombre de famílies inscrites mitjançant la funció $f(t)=\dfrac{100t}{t^2+4}$, en què t representa el nombre de dies des de l'inici de la campanya i $f(t)$ correspon al nombre de famílies inscrites aquell dia.

Hi ha algun dia en què el nombre de famílies inscrites sigui exactament 20? En cas afirmatiu, indiqueu quin.

Quin dia s'assoleix el nombre màxim de famílies inscrites? Quin és aquest nombre màxim?

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	

4.2. Els tres amics també volen analitzar com es reparteixen entre ells la feina de preparació de les activitats. Per fer-ho, revisen com s'han organitzat durant una setmana concreta. En total, en aquest període han dedicat 24 hores a la preparació de tallers familiars, 21 hores a la preparació de xerrades en centres educatius i 15 hores a la preparació de seminaris en línia.

La distribució de la feina de preparació de cadascun dels tres tipus d'activitats és la següent:

— la Carme s'encarrega del 50 % de la preparació dels tallers familiars, del 30 % de la preparació de les xerrades en centres educatius i del 20 % de la preparació dels seminaris en línia;

— el Saïd s'encarrega del 30 % de la preparació dels tallers familiars, del 50 % de la preparació de les xerrades en centres educatius i del 20 % de la preparació dels seminaris en línia;

— el Martí s'encarrega del 20 % de la preparació dels tallers familiars, del 20 % de la preparació de les xerrades en centres educatius i del 60 % de la preparació dels seminaris en línia.

Agrupem aquesta informació en les matrius següents:

$$\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix} 0{,}50 & 0{,}30 & 0{,}20 \\ 0{,}30 & 0{,}50 & 0{,}20 \\ 0{,}20 & 0{,}20 & 0{,}60 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{h}=\begin{pmatrix} 24 \\ 21 \\ 15 \end{pmatrix},$$

que corresponen a la matriu de repartiment percentual i al vector d'hores totals dedicades a la preparació de cada tipus d'activitat, respectivament.

Calculeu el vector $\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{h}$ i interpreteu-ne el significat.

Quin dels tres amics ha dedicat més hores a la preparació d'activitats?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.2	

3. PAU 2026 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

Exercici 1
[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 1	

Un metge comença a fer divulgació sobre salut a les xarxes socials. A mesura que publica continguts relacionats amb aquest tema, observa un augment en el nombre de seguidors. En un moment determinat grava un vídeo polèmic i perd un petit nombre de seguidors, però al cap d'uns dies en publica un altre que té molt d'èxit i, a partir d'aleshores, el nombre de seguidors torna a créixer. La funció que descriu el nombre de seguidors en funció del temps t, mesurat en setmanes, és $f(t) = 10t^3 - 120t^2 + 450t + 700, \quad t \in [0, 10]$.

1.1. Quants seguidors té a l'inici? Quants en té al cap de 10 setmanes?

Estudieu els intervals de creixement i decreixement de la funció i determineu-ne els extrems locals. Feu un esbós de la gràfica utilitzant la informació obtinguda.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 1.1	

1.2. Quina setmana penja el vídeo polèmic i quants seguidors té en aquell moment? Quina setmana penja el vídeo que té molt d'èxit? Al llarg de les 10 setmanes, en quin moment té més seguidors?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 1.2	

4. PAU 2026 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4 (Opció B)

Exercici 4
[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4	

A en Bernat l'han contractat com a gerent d'una empresa que fabrica paraigües després que el gerent anterior fos acomiadat per no guardar convenientment la documentació. Aquesta empresa fabrica dos models de paraigües: paraigües plegables i paraigües bastó.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen. **Indiqueu a la portada de l'examen l'opció escollida.**

OPCIÓ B

4.1. Tenint en compte el cost de fabricar i emmagatzemar els paraigües plegables, la funció que expressa el benefici, en milers d'euros, que resulta de fabricar aquest producte és $p(x) = x(3 - x)$, en què x representa el nombre de paraigües fabricats, en centenars d'unitats. Considerant els mateixos factors, la funció de benefici dels paraigües bastó és $b(x) = -\frac{2}{5}x^2 + 2x$. L'empresa fabricarà el nombre de paraigües de cada tipus que maximitzi la seva funció de beneficis.

Amb quin dels dos productes es necessita una menor quantitat de paraigües per a assolir el màxim de beneficis? Amb quin dels dos productes s'obtenen més beneficis?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	

4.2. Un dia arriben a l'empresa dos lots de paraigües bastó que havia encarregat el gerent anterior per analitzar dues maneres diferents de tractar la tela impermeable: mitjançant la impregnació amb un nou producte químic o mitjançant un recobriment de tefló. Entre els dos lots, hi ha 60 paraigües amb la tela recoberta de tefló i 80 paraigües impermeabilitzats amb el mètode d'impregnació. Sabem que un 98 % dels paraigües amb recobriment

de tefló aguanten bé la pluja, però només el 95 % dels que han rebut el tractament d'impregnació l'aguanten bé.

En sortir de la feina, cau un xàfec sobtat i en Bernat agafa un dels nous paraigües, però té la mala sort que és un dels defectuosos i queda ben xop. Quina és la probabilitat que el paraigua que ha agafat sigui dels que estan recoberts de tefló?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2	

5. PAU 2025 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

Exercici 2

Un inversor té uns diners invertits en un fons d'inversió molt volàtil. El valor de la seva inversió en euros durant un dia determinat és donat per la funció

$$f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{35x^2}{2}+300x+250,$$

en què $x \in [0, 24]$ representa el temps en hores.

a) Calculeu el valor inicial de la inversió en començar el dia i determineu quin benefici o pèrdua haurà tingut al cap de 24 hores. Trobeu també a quina hora del dia el valor de la inversió ha estat màxim i quin era aquest valor màxim.

[1,5 punts]

b) Hi ha algun moment del dia en què el valor de la inversió és negatiu? Quin és el valor mínim que assoleix?

[1 punt]

6. PAU 2024 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 1

Qüestions			
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Els beneficis o pèrdues diaris d'una nova empresa durant el primer any de funcionament són donats per la funció $B(x) = -x^2 + 260x - 12.000$, en què x representa el dia des de l'inici de l'activitat de l'empresa.

a) Quin benefici o pèrdua va tenir l'empresa el dia 45? Quins dies va obtenir un benefici de 4.000 €?

[1 punt]

b) Calculeu quin dia l'empresa va obtenir el benefici màxim i quin va ser aquest valor. Calculeu també entre quins dies l'empresa no va tenir pèrdues.

[1,5 punts]

7. PAU 2024 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

Qüestions	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Dues companyies de taxi, A i B, ofereixen tarifes diferents. La companyia A ofereix un cost fix de 20 € més 0,4 € per kilòmetre recorregut, mentre que el preu de la companyia B segueix la funció $g(x) = 0{,}01x^2 + 0{,}1x + 10$, en què x representa el nombre de kilòmetres recorreguts.

a) Quina de les dues companyies ofereix la tarifa més econòmica si fem un recorregut de 10 km? I si en fem un de 80 km? Calculeu la diferència de preu en cada cas. Hi ha cap cost fix en la tarifa de la companyia B només pel sol fet de pujar al taxi?
[1 punt]

b) Determineu per a quin nombre de kilòmetres recorreguts les dues tarifes coincideixen. Si considerem només els trajectes inferiors a aquesta quantitat, per a quin nombre de kilòmetres la diferència de preu entre una tarifa i l'altra és màxima? Quina és aquesta diferència màxima de preu?
[1,5 punts]

8. PAU 2023 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Un fabricant de vehicles elèctrics ha tret al mercat un model nou amb tant d'èxit que ven tots els que fabrica. El preu de venda de cada cotxe és de 35.000 €. Fabricar un cert nombre de cotxes li suposa unes despeses de $C(x) = x^2 + 34.880x + 1.100$ euros, en què x representa el nombre de vehicles fabricats.

a) Entre quins valors ha de mantenir la producció per tal de no tenir pèrdues?
[1,25 punts]

***b*)** Quants vehicles ha de fabricar per tal d'obtenir el màxim benefici? Quin valor pren aquest benefici màxim?
[1,25 punts]

9. PAU 2023 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 4

4. El nombre de noves persones infectades per una malaltia, en milers, és donat per la funció següent:

$$f(t)=\frac{30t}{t^2-2t+4},\quad t\geq 0$$

en què t representa el temps transcorregut, en setmanes, des que es va iniciar la infecció.

***a*)** Quants malalts s'infectaran a la setmana 1 i quants a la setmana 2? Podem pensar que, a llarg termini, aquesta infecció desapareixerà?
[1 punt]

***b*)** En quin instant es produeix el nombre màxim d'infectats per aquesta malaltia? Quin és aquest nombre?
[1,5 punts]

10. PAU 2023 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. El nombre de kilograms de menjar que han gastat en un alberg d'animals durant una setmana concreta es pot calcular mitjançant la funció $f(t)=10\left(-\frac{t^3}{8}+\frac{3t^2}{2}-\frac{9t}{2}+10\right)$, en què t és el temps en dies i va des del dia $t=1$ (dilluns) fins al dia $t=8$ (dilluns de la setmana següent).

***a*)** Calculeu quants kilograms de menjar es van gastar el primer dilluns i el dilluns següent. Trobeu quin dia d'aquella setmana es van gastar 100 kg de menjar.
[1 punt]

***b*)** Determineu els dies de la setmana en què la despesa en menjar va ser més gran i els dies en què va ser més petita. Quants kilograms de menjar es van gastar aquests dies?
[1,5 punts]

11. PAU 2023 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. En els últims mesos, la demanda de gel hidroalcohòlic ha baixat molt respecte als primers moments de la pandèmia. La funció $f(x)=\dfrac{12+8x}{4x+1}$, en què $x \in [0, +\infty)$ indica el nombre de mesos transcorreguts des de l'inici de la pandèmia, dona les vendes mensuals, en milions de litres, de gel hidroalcohòlic.

a) Determineu si la funció $f(x)$ és contínua en tot el seu domini. Calculeu la taxa de variació mitjana a l'interval $[0, 1]$. A quin valor tendiran les vendes mensuals de gel al llarg del temps?

[1,25 punts]

b) Comproveu que la funció és decreixent en tot el domini i trobeu la recta tangent en el punt $x = 1$.

[1,25 punts]

12. PAU 2023 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. El cost anual de la neteja de les instal·lacions d'una empresa que va obrir fa 20 anys, expressat en centenars d'euros, és donat per la funció

$$C(t)=\begin{cases} \dfrac{t^2}{10}+10, & \text{si } t \in [0, 10] \\ 28-\dfrac{(t-14)^2}{2}, & \text{si } t \in (10, 20] \end{cases}$$

en què t és el temps expressat en anys.

a) Quin va ser el cost de la neteja de l'empresa en el moment d'obrir? I al cap de 10 anys de funcionament? Comproveu que en aquest punt la funció és contínua. Quin és el cost de la neteja de l'empresa al cap de 20 anys de funcionament?

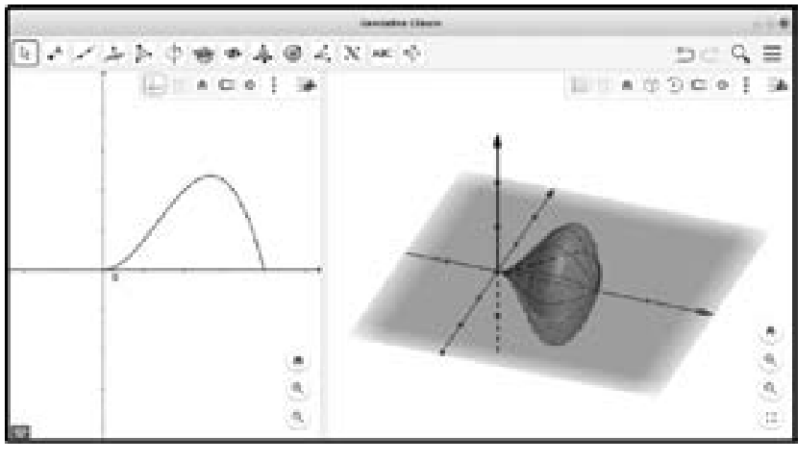
[1,25 punts]

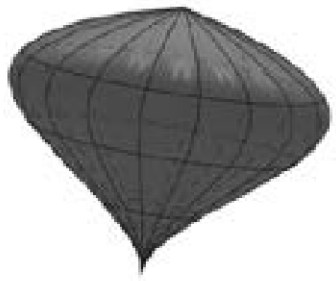
b) Representeu gràficament la funció $C(t)$. En quin moment el cost de la neteja de l'empresa va ser màxim?

[1,25 punts]

13. PAU 2023 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Una jove emprenedora vol crear una empresa de baldufes, que té pensat d'imprimir amb una impressora 3D a partir d'un disseny matemàtic fet amb el programa GeoGebra. Per a fer-ho, fa girar el perfil de la funció $f(x) = -x^3 + 2x^2$ al voltant de l'eix de les abscisses entre els dos punts de tall amb aquest eix, i així obté una baldufa tombada. Les unitats estan expressades en centímetres.

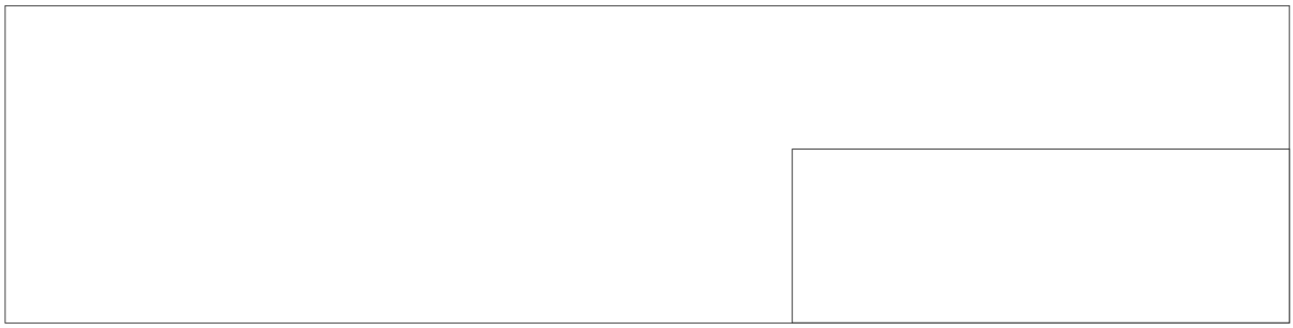




a) Quina serà l'alçària de la baldufa? Observeu que per a obtenir-la heu de calcular la distància entre els dos punts de tall amb l'eix de les abscisses.
[1 punt]

b) Quina serà l'amplària de la baldufa? Observeu que l'amplària correspon al doble del valor que pren la funció en el màxim que hi ha entre els dos punts de tall amb l'eix de les abscisses.
[1,5 punts]





Institut d'Estudis Catalans

14. PAU 2022 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 3

3. El Museu de Matemàtiques de Catalunya (MMACA) té previst muntar una exposició. S'estima que el nombre de visitants setmanals que rebrà l'exposició, expressat en desenes de persones, és donat per la funció $f(x)=\dfrac{240x}{x^2-2x+4}$, en què $x \geq 1$ representa el temps, expressat en setmanes, que fa que l'exposició està oberta al públic.

a) Quantes persones aniran a veure l'exposició la primera setmana? Calculeu la taxa de variació mitjana del nombre de visitants entre la setmana 1 i la setmana 4.

[1 punt]

***b*)** Quina setmana es preveu que anirà més gent a veure l'exposició? Quants visitants s'estima que hi aniran aquella setmana?
[1,5 punts]

15. PAU 2022 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 6

6. Un inversor s'adona que en el moment actual les seves accions tenen unes pèrdues de 2.000 €. El seu assessor financer té una previsió del valor de les accions per als propers 30 dies. Li diu que el valor de les accions ja ha començat a augmentar i que d'aquí a pocs dies deixarà de tenir pèrdues. Segons les previsions, durant els propers 10 dies el valor de les accions creixerà; del dia 10 al dia 20 els beneficis disminuiran, i a partir d'aquest dia els beneficis tornaran a créixer. L'assessor també diu a l'inversor que la previsió dels beneficis per als propers 30 dies té com a model la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, en què $x \in [0, 30]$.

***a*)** Calculeu els valors dels paràmetres a, b i c.
[1,5 punts]

***b*)** Si l'inversor vol vendre les seves accions durant aquests 30 dies, quin és el dia en el qual obtindrà més beneficis de la venda? Quins beneficis obtindrà?
[1 punt]

Etiqueta de l’alumne/a

Institut d’Estudis Catalans

16. PAU 2022 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Experimentalment s'ha comprovat que la producció d'un tipus de fruita determinat que es cultiva en hivernacles depèn de la temperatura, segons la funció $f(x) = -x^2 + 46x - 360$, en què x representa la temperatura de l'hivernacle en graus Celsius i $f(x)$ és la producció anual en centenars de quilograms per hectàrea. El preu de venda de la fruita es manté estable a 1,2 euros per cada quilogram.

a) Determineu l'interval de temperatures entre les quals cal mantenir l'hivernacle perquè hi hagi producció de fruita. Calculeu els ingressos anuals per hectàrea si es manté l'hivernacle a 20 °C de temperatura.
[1,25 punts]

b) A quina temperatura s'obté la producció màxima de fruita? Quins ingressos per hectàrea s'obtenen en aquest cas?
[1,25 punts]

17. PAU 2022 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 4

4. Un grup de biòlegs està estudiant un cultiu de bacteris. La població d'aquests bacteris (en centenars) és donada per la funció $P(t) = a + \dfrac{12t}{t^2 + b}$, en què a i b són constants positives reals i $t \geq 0$ és el temps transcorregut en minuts.

Sabem que a l'instant inicial de l'estudi la població de bacteris era de 6 centenars i que el valor màxim de població s'ha assolit al cap de 2 minuts d'haver iniciat l'estudi.

a) Trobeu els valors de les constants a i b.
[1,25 punts]

b) Calculeu la població màxima de bacteris i estudieu-ne el comportament a llarg termini, és a dir, cap a quin valor s'estabilitza el nombre de bacteris.
[1,25 punts]

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & -2 \end{pmatrix}$$

18. PAU 2022 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 6

6. En els models matemàtics que s'utilitzen per a descriure l'evolució d'una malaltia, s'anomena R_0 el nombre mitjà de noves infeccions que cada persona infectada provoca en la població. Quan aquest nombre és inferior a 1, cada individu infectat transmet la malaltia, de mitjana, a menys d'una persona i la malaltia tendeix a desaparèixer. En canvi, si R_0 és més gran que 1, la malaltia s'estén i es produeix una epidèmia.

Quan es descobreix una vacuna efectiva contra la malaltia, es pot controlar l'epidèmia vacunant només una proporció p de la població. És el que es coneix com a *immunitat de grup*. Efectivament, un cop vacunada una proporció $p \in (0, 1)$ de la població, la nova R_0, que s'anomena *efectiva* i es denota amb R_e, és el producte de la R_0 original per la proporció d'individus que no estan vacunats, $1 - p$. I s'aconsegueix controlar l'epidèmia si la R_e és inferior a 1.

a) En el cas del xarampió, s'estima que $R_0 = 15$. Si analitzem una població amb un percentatge d'individus vacunats del 95 %, segons el model descrit, hi ha risc que es produeixi una epidèmia de xarampió en aquesta població?

[0,75 punts]

b) En el cas concret de l'anomenada *grip espanyola* del 1918, s'estima que $R_0 = 4$. Calculeu quin percentatge de població hauria calgut vacunar, com a mínim, per a aturar l'epidèmia d'aquesta malaltia.

[0,75 punts]

c) Expresseu, en general, el llindar de població mínima que cal vacunar en funció del valor R_0 d'una malaltia. Feu un esbós d'aquesta funció per als valors de R_0 entre 1 i 20.

[1 punt]

Etiqueta de l'alumne/a

Institut d'Estudis Catalans

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

2022

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Qüestions	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. El valor d'un producte electrònic, en funció del nombre de mesos que fa que està a la venda, t, és donat per la funció $f(t) = -(t + 25)(t - 75)$.

a) Trobeu els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(t)$. En quin moment el producte assolirà el valor màxim? Quin és aquest valor màxim?
[1,25 punts]

b) Sabem que el producte es deixarà de comercialitzar quan arribi a un valor de 475 €. En quin moment es deixarà de comercialitzar?
[1,25 punts]

20. PAU 2022 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 5

5. Una fàbrica de vehicles produeix cotxes d'un model anomenat *Paradís* i els ven a 58.000 €. Sabem que els costos mensuals de producció són donats per la funció $C(x) = \frac{1}{2}x^2 - 64x + 4.704$ (en milers d'euros), en què x denota el nombre de cotxes que es fabriquen mensualment.

a) Suposant que es venen tots els cotxes que es fabriquen, verifiqueu que la funció de beneficis és $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 122x - 4.704$ (en milers d'euros).
[0,75 punts]

b) Determineu el nombre de cotxes que cal fabricar mensualment per a no tenir pèrdues. Per a quin nombre d'unitats produïdes s'obté el benefici màxim i quin és aquest benefici màxim?
[1 punt]

c) Es vol augmentar el preu de venda per unitat, de manera que el benefici màxim s'obtingui amb 130 unitats (la funció que dona el cost mensual en milers d'euros no varia). Quin ha de ser el nou preu de venda del cotxe?
[0,75 punts]

21. PAU 2022 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Considereu la funció $f(x) = e^{3x}$.

a) Calculeu el pendent de la recta tangent a la gràfica d'aquesta funció en el punt d'abscissa $x = 0$.
[1,25 punts]

b) Obteniu l'equació d'aquesta recta tangent.
[1,25 punts]

Etiqueta de l'alumne/a

Institut d'Estudis Catalans

22. PAU 2021 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 4

4. La funció $C(t) = 3 - \dfrac{1}{t^2 - 4t + 5}$, en què t són els anys transcorreguts i $C(t)$ la quantitat de clients, expressada en milers, modelitza l'evolució d'una empresa que ha entrat en crisi.

a) Calculeu quants clients tenia l'empresa en el moment inicial i quants en tenia al cap d'un any.

[0,5 punts]

b) Trobeu l'instant en què l'empresa deixa de perdre clients i calculeu quants clients té en aquell instant.
[1 punt]

c) Calculeu quant temps haurà de passar perquè l'empresa aconsegueixi tenir de nou el mateix nombre de clients que en el moment d'iniciar l'estudi.
[1 punt]

23. PAU 2021 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Una empresa posa a la venda un producte que distribueix en caixes. El benefici B obtingut per l'empresa, expressat en milers d'euros, és donat per l'expressió $B(x) = -x^2 + 16x - 55$, en què $x > 0$ és el preu de venda de cada caixa, expressat en euros.

a) Quin benefici obtindrà si el preu de venda de cada caixa és de 6 euros? Entre quins valors cal fixar el preu de venda d'una caixa per a obtenir beneficis?
[1,25 punts]

b) A quin preu ha de vendre cada caixa perquè el benefici sigui el més gran possible? Quin és aquest benefici màxim?
[1,25 punts]

24. PAU 2021 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Considereu la funció $f(x) = px^3 - 4x^2 + 7px - 18$.

a) Calculeu quin ha de ser el valor del paràmetre p perquè les rectes tangents a la corba en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = 3$ siguin paral·leles.
[1,25 punts]

b) Escriviu l'equació de la recta tangent al punt d'abscissa $x = 3$ per al valor de $p = 2$.
[1,25 punts]

Etiqueta de l’alumne/a

Institut d’Estudis Catalans

Qüestions	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Una fàbrica estima que el benefici mensual, en milers d'euros, per cada tona de confeti venuda és donat per la funció $f(x)=\dfrac{-0{,}2x^2+5x-20}{x}$, en què x representa el nombre de tones de confeti venudes.

a) Determineu en quin interval de valors s'ha de trobar la variable x perquè la fàbrica no tingui pèrdues.

[1,25 punts]

b) Calculeu la quantitat de tones de confeti que proporciona el benefici màxim i digueu quin és aquest benefici.

[1,25 punts]

6. Considereu la funció real de variable real $f(x) = 4x^3 + ax^2 - 2$.

a) Determineu el valor del paràmetre real a per tal que la funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -1$.

[1,25 punts]

b) Calculeu els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$ quan $a = 12$. Indiqueu també els punts en què hi ha extrems relatius i classifiqueu-los.

[1,25 punts]

Etiqueta de l'alumne/a

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

27. PAU 2021 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

Qüestions			
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responeu a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2,5 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Podeu utilitzar les pàgines en blanc (pàgines 14 i 15) per a fer esquemes, esborranys, etc., o per a acabar de respondre a alguna qüestió si necessiteu més espai. En aquest últim cas, cal que ho indiqueu clarament al final de la pàgina de la qüestió corresponent.

1. Considereu la funció $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

a) Trobeu l'equació de la recta tangent a $f(x)$ en el punt d'abscissa $x=0$.
[1,25 punts]

b) Estudieu en quins intervals la funció $f(x)$ és creixent i en quins és decreixent. Indiqueu-ne també els extrems relatius i digueu si són màxims o mínims.
[1,25 punts]

28. PAU 2021 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. Suposeu que la temperatura de l'aigua del mar en una zona concreta és donada per la funció $f(x)=\dfrac{x^2+5x+4}{x^2+4}$, en què x representa la fondària en metres negatius (per exemple, $f(-5)$ representa el valor de la temperatura de l'aigua en graus Celsius a 5 metres de profunditat).

a) Quina és la temperatura de l'aigua a la superfície? A quines profunditats la temperatura és de zero graus? Cap a quin valor tendeix la temperatura quan baixem a molta profunditat?
[1,25 punts]

b) Calculeu a quina fondària la temperatura és més baixa i quin és el valor d'aquesta temperatura mínima.
[1,25 punts]

29. PAU 2020 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Un fabricant va tenir un producte a la venda durant deu anys. Durant aquest temps, el preu del producte P, en euros, va estar relacionat amb el temps que feia que estava a la venda t, expressat en anys, seguint la funció següent:

$$P(t)=\begin{cases}5(t+1)^2-5 & \text{si } 0\le t\le 2\\ -4t+48 & \text{si } 2<t\le 10\end{cases}$$

a) Indiqueu els intervals de creixement i de decreixement del preu del producte durant aquests deu anys.
[1,25 punts]

***b*)** Trobeu el preu màxim que va assolir el producte durant el temps que va estar a la venda i calculeu la taxa de variació mitjana del preu del producte durant els darrers cinc anys que va estar a la venda.
[1,25 punts]

30. PAU 2020 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Considerem les funcions $f(x) = x^2 + ax + b$ i $g(x) = -x^2 + c$.

***a*)** Calculeu els valors dels paràmetres a, b i c per tal que les gràfiques de $f(x)$ i $g(x)$ es tallin en els punts $(-1, 3)$ i $(3, -5)$.
[1,25 punts]

***b*)** Per a $c = 4$, trobeu l'equació de la recta tangent a $g(x)$ en el punt d'abscissa $x = -1$.
[1,25 punts]

31. PAU 2020 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 6

6. La funció $Q(x) = (x + 1)^2 (32 - x)$, en què $x \in [-1, 32]$, representa la producció, en quilograms, d'una hortalissa en un hivernacle en funció de la temperatura x, expressada en graus centígrads (°C), que pot variar entre –1 °C i 32 °C.

***a*)** Calculeu quina és la temperatura de l'hivernacle amb la qual s'obté la màxima producció. Quina producció d'hortalissa obtindrem a aquesta temperatura?
[1,25 punts]

***b*)** Calculeu a quines temperatures s'assoleix el nivell mínim de producció i quin és aquest valor mínim.
[1,25 punts]

Etiqueta de l'alumne/a

Institut d'Estudis Catalans

32. PAU 2020 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. L'1 de gener de 2019 va sortir al mercat un nou model d'un producte tècnic d'esquí. La funció de tercer grau $f(x) = 10x^3 - 210x^2 + 1.470x$ ens dona el nombre total d'unitats venudes, en què x denota el nombre de mesos transcorreguts, des del llançament del producte, durant el primer any (és a dir, $x \in [0, 12]$).

a) Quantes unitats s'havien venut al cap de 3 mesos? Quantes se'n van vendre al cap d'un any? Determineu la taxa de variació mitjana entre els mesos 3 i 12.

[1,25 punts]

***b*)** Comproveu que la funció és creixent en l'interval [0, 12] i trobeu en quin instant el creixement ha estat més lent.
[1,25 punts]

33. PAU 2020 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. El benefici d'una empresa, expressat en milions d'euros, és donat per la funció següent, en què x indica el nombre d'anys que han passat des del moment que va començar a funcionar:

$$B(x) = \frac{5x + 20}{x^2 + 9} - \frac{20}{9}.$$

***a*)** Quin és el benefici en el moment en què l'empresa comença a funcionar? En quin moment l'empresa passa de tenir beneficis a tenir pèrdues?
[1,25 punts]

***b*)** En quin moment aconsegueix l'empresa el benefici màxim? Quin és aquest benefici màxim?
[1,25 punts]

34. PAU 2020 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Una empresa vol fabricar un producte nou. Encomana un estudi de mercat que determina que l'evolució de les vendes al llarg dels propers sis anys seguirà la funció $f(t) = t^3 - 12t^2 + 36t$, en què $f(t)$ representa la quantitat de milers d'unitats venudes en funció del temps $t \in [0, 6]$ expressat en anys.

***a*)** Quantes unitats vendrà el primer any? Tret de l'instant inicial ($t = 0$), es preveu que hi haurà algun altre any en què no es produirà cap venda?
[1,25 punts]

***b*)** En quin any es produirà el màxim nombre de vendes i quants productes s'hauran venut aquell any?
[1,25 punts]

35. PAU 2020 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Considereu la funció $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$.

***a*)** Trobeu els valors dels paràmetres a, b i c sabent que la funció té un màxim en el punt (2, 1) i un mínim en el punt (0, −1).
[1,25 punts]

***b*)** Trobeu els intervals de creixement i de decreixement de la funció per als valors dels paràmetres a, b i c trobats a l'apartat anterior.
[1,25 punts]

36. PAU 2019 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Es preveu un canvi important en la població d'una determinada zona per qüestions mediambientals. El nombre d'habitants de la zona, en milions, vindrà donat per la funció $P(t)=\dfrac{t^2+28}{(t+2)^2}$, en què t mesura el temps en anys des del moment actual ($t=0$).

a) Digueu quin és el nombre d'habitants de la zona actualment i quin serà aquest nombre a molt llarg termini. [1 punt]

b) En quin moment s'arribarà al nombre mínim d'habitants? Quants habitants hi haurà en aquell moment? Quin és el nombre màxim d'habitants que s'assoleix en aquesta zona? [1 punt]

37. PAU 2019 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 5

5. Considereu una funció $f(x)$ que té com a primera derivada $f'(x)=2x^2+bx+4$, en què b és un paràmetre real.

a) Determineu el valor de b perquè $f(x)$ tingui un extrem relatiu en $x=-1$ i raoneu si es tracta d'un màxim o d'un mínim. [1 punt]

b) Si sabem que la gràfica de la funció $f(x)$ passa pel punt (0, 3), trobeu l'equació de la recta tangent a $f(x)$ en aquest punt. [1 punt]

38. PAU 2019 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

3. La gràfica de la funció $f(x)=ax+b+\dfrac{8}{x}$ passa pel punt (–2, –6) i la recta tangent en aquest punt és paral·lela a l'eix de les abscisses.

a) Calculeu el valor de a.
[1 punt]

b) Calculeu el valor de b.
[1 punt]

39. PAU 2019 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. La funció $f(x)=\dfrac{40}{x^2-22x+125}$ mostra aproximadament la venda diària, en milers d'unitats, d'un perfum de moda en funció de x, en què x és el dia del mes de febrer.

a) Quantes unitats de perfum es van vendre, aproximadament, el dia 5 de febrer? Quin és l'increment de vendes entre el dia 7 i el dia 9 de febrer?
[0,75 punts]

b) Quin dia del mes de febrer es van vendre més perfums i quantes unitats se'n van vendre?
[1,25 punts]

40. PAU 2019 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Una botiga obre al públic des de les 10 hores fins a les 21 hores. Sabem que els ingressos per vendes, en funció de l'hora del dia, venen donats per la funció:

$$I(t) = -5(m - t)^2 + n,$$

per a $10 \leq t \leq 21$.

a) Trobeu el valor de m sabent que els ingressos màxims es produeixen a les 18 hores.
[1 punt]

b) Trobeu el valor de n sabent que a les 21 hores hi ha uns ingressos de 500 €.
[1 punt]

Institut d'Estudis Catalans

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la universitat 2019

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

41. PAU 2019 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

1. Considereu la funció $f(x) = 2x^3 + ax$. Calculeu el valor de la constant a per tal que aquesta funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x = -1$. Digueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim i doneu també el valor que pren la funció $f(x)$ en aquest punt.
[2 punts]

42. PAU 2019 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Un nutricionista, després de fer un estudi personalitzat a un pacient, li proposa una dieta. Segons el model del nutricionista, el pes en kilograms del pacient seguirà la funció

$$f(x) = \frac{63x + 510}{x + 6},$$

en què x denota el nombre de mesos que fa que segueix la dieta.

a) Justifiqueu que la funció f és estrictament decreixent quan $x \geq 0$.
[0,75 punts]

b) Determineu el pes inicial del pacient i quant pesarà al cap de dos mesos de seguir la dieta segons el model. Cap a quin valor tendirà el seu pes a llarg termini? Argumenteu si aquest valor límit s'assolirà en algun moment.
[1,25 punts]

43. PAU 2018 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 1

1. Considereu la funció

$$f(x)=\begin{cases} 2x+3 & \text{si } x\le -1 \\ ax+b & \text{si } -1<x<2 \\ x^2 & \text{si } x\ge 2 \end{cases}.$$

Trobeu el valor de a i b perquè la funció sigui contínua per a tots els nombres reals.
[2 punts]

44. PAU 2018 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 4

4. La despesa mensual en tabac d'un fumador ve determinada pel seu salari mitjançant la funció $f(x)=\dfrac{400x}{x^2+4}$, en què x representa el salari en milers d'euros i $f(x)$ la despesa mensual en tabac en euros.

a) Determineu el salari per al qual la despesa en tabac és màxima. A quant ascendeix aquesta despesa?
[1 punt]

b) Per a quins salaris la despesa mensual és inferior a 60 €?
[1 punt]

45. PAU 2018 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 6

6. Sabem que la funció $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ passa pel punt (2, –5) i que les rectes $x=1$ i $y=2$ en són les asímptotes vertical i horitzontal, respectivament. Calculeu a, b i c.
[2 punts]

Institut d'Estudis Catalans

46. PAU 2018 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Considereu la funció $f(x)=\dfrac{x^2}{x-a}$, en què a és un paràmetre real.

a) Trobeu per a quins valors del paràmetre a la recta tangent a la funció f en $x=1$ és paral·lela a la recta $y+3x+5=0$.
[1 punt]

b) Per al valor del paràmetre $a=1$, trobeu els intervals de creixement i decreixement i els punts on s'assoleixen els màxims i mínims relatius de la funció f.
[1 punt]

47. PAU 2018 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. El nombre d'individus, en milions, d'una població ve determinat per la funció $P(t)=\dfrac{5+t^2}{(t+1)^2}$, en què t mesura el nombre d'anys transcorreguts.

a) Quina és la població inicial i la població després de 9 anys? A partir de quin moment la població serà inferior a un milió d'individus?
[1 punt]

b) Amb el pas dels anys, cap a quin valor tendirà el nombre d'individus de la població?
[1 punt]

Institut d'Estudis Catalans

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Convocatòria 2018

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

48. PAU 2018 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Sigui la funció $f(x)=\dfrac{x^3-3x}{x^2-4}$.

a) Indiqueu-ne justificadament el domini i determineu els punts en què la gràfica de f talla l'eix de les abscisses.
[1 punt]

b) Estudieu-ne el creixement i feu un esbós aproximat de la gràfica de la funció.
[1 punt]

49. PAU 2018 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

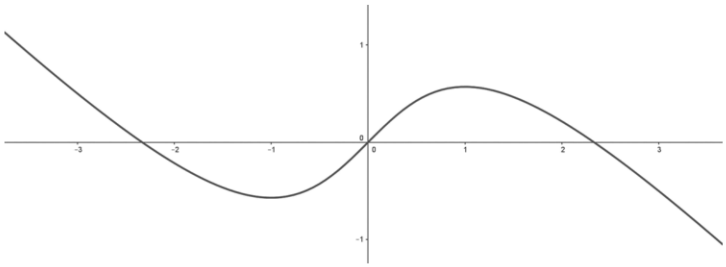
3. Sigui $y = f(x)$ una paràbola que té el vèrtex en el punt $V = (0, -4)$ i talla l'eix de les abscisses en els punts $(-2, 0)$ i $(2, 0)$.

a) Determineu-ne l'equació.
[1 punt]

b) Sigui una funció g tal que $g'(x) = f(x)$. Estudieu el creixement de la funció g, determineu-ne les abscisses dels extrems relatius i classifiqueu-los.
[1 punt]

50. PAU 2018 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 6

6. A continuació es mostra la gràfica d'una funció f que presenta un mínim relatiu en el punt d'abscissa $x = -1$ i un màxim relatiu en el punt d'abscissa $x = 1$.



a) Sabent que $f'(0) = 1$, determineu l'equació de la recta tangent a f que passa per l'origen de coordenades.

[1 punt]

b) Feu un esbós de la gràfica de la funció f' amb les dades de què disposeu.

[1 punt]

Institut d'Estudis Catalans

51. PAU 2017 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Considerem una funció $f(x)$ tal que la seva primera derivada és $f'(x) = x^2 + bx - 3$, en què b és un paràmetre real.

a) Determineu el valor de b perquè $f(x)$ tingui un extrem relatiu en $x = -3$ i raoneu si es tracta d'un màxim o d'un mínim.

[1 punt]

b) Per a $b = -8$, trobeu l'equació de la recta tangent a $f(x)$ en el punt $(0, 2)$.

[1 punt]

52. PAU 2017 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 6

6. El vèrtex d'una paràbola és el punt $(1, 2)$.

a) Si la paràbola talla l'eix de les abscisses pel punt $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$, quin serà l'altre punt de tall de la paràbola amb l'eix de les abscisses?

[1 punt]

b) Trobeu l'equació de la paràbola.

[1 punt]

Institut d'Estudis Catalans

53. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

1. D'una funció $y = f(x)$ sabem que la seva derivada és $f'(x) = x^3 - 4x$.

a) Determineu els intervals de creixement i de decreixement de la funció $y = f(x)$.

[1 punt]

b) Determineu les abscisses dels seus extrems relatius i classifiqueu-los.

[1 punt]

54. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Des d'una barca es dispara una bengala de salvament marítim que s'apaga al cap de 4 minuts. En aquest interval de temps, es comprova que la intensitat lumínica de la bengala en funció del temps, mesurada en percentatges del 0 % al 100 %, queda perfectament descrita per l'expressió $L(t) = 25 \cdot t \cdot (4 - t)$, en què el temps t varia entre 0 i 4 minuts.

a) Calculeu per a quin valor de t el percentatge d'intensitat lumínica serà màxim.

[1 punt]

b) Si des de la costa la bengala només és visible quan la seva intensitat lumínica és superior al 75 %, quin és l'interval de temps en què serà visible des de la costa i, per tant, serà més factible el salvament?

[1 punt]

55. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Considereu la funció $f(x) = -x^2 + bx + c$, amb b i c nombres reals.

a) Trobeu b i c de manera que la gràfica de la funció passi pel punt $(-1, 0)$ i tingui un extrem local en el punt d'abscissa $x = 3$. Raoneu de quin tipus d'extrem relatiu es tracta.

[1 punt]

b) Per al cas $b = 3$ i $c = 2$, trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica que és paral·lela a la recta $y = 5x - 2$.

[1 punt]

56. PAU 2017 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. Les pèrdues o els beneficis d'una empresa vénen donats per la funció $f(t) = \dfrac{3t - 6}{t + 2}$, en què $f(t)$ s'expressa en centenars de milers d'euros, un cop transcorreguts t anys des de l'inici del 2010.

a) Feu un esbós de la gràfica de la funció $f(t)$ per a $t > 0$, calculant els intervals de creixement, els talls amb els eixos i les asímptotes.

[1 punt]

b) A l'inici de l'any 2010, quants euros perdia o guanyava l'empresa? Quins anys va tenir pèrdues l'empresa i a partir de quin any en va deixar de tenir?

[0,5 punts]

c) A partir de quin any els guanys de l'empresa van ser més grans o iguals a un centenar de milers d'euros? Es poden superar els tres centenars de milers d'euros de beneficis? Raoneu les respostes.

[0,5 punts]

57. PAU 2016 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Una empresa ven un producte a un preu de p euros. El nombre d'unitats venudes depèn del preu que fixem segons la funció

$$V(p)=\frac{30p+10}{p}.$$

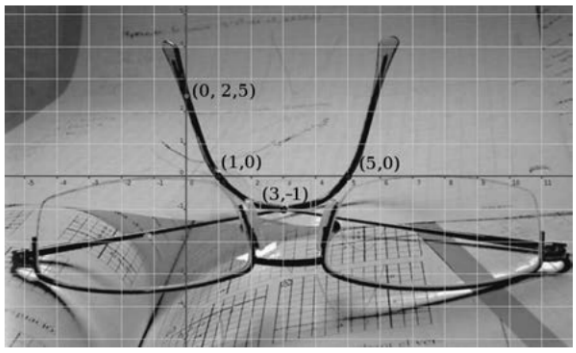
a) Demostreu que, en augmentar els preus, les vendes disminueixen.
[1 punt]

b) És possible que l'empresa vengui 20 unitats del producte? Si el preu augmenta indefinidament, què passarà amb les vendes?
[1 punt]

58. PAU 2016 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 3

3. La *fotografia matemàtica* següent sembla indicar que les branques de les ulleres formen una paràbola. Tanmateix, no totes les corbes en forma de «U» són paràboles. Hem marcat sobre uns eixos de coordenades alguns dels punts: (0, 2,5), (1, 0), (3, –1) i (5, 0).

Justifiqueu si la gràfica correspon a una paràbola o no.
[2 punts]



FONT: *www.fotografiamatematica.cat*.

59. PAU 2016 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Considereu la funció $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+3}$.

a) Determineu els punts en què la funció f talla cadascun dels eixos. Determineu també els intervals on la funció f és positiva.
[1 punt]

b) Determineu els punts en què la recta tangent a la gràfica de f és horitzontal.
[1 punt]

60. PAU 2016 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Considereu la funció $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$.

a) Estudieu-ne el creixement i, si en té, determineu-ne i classifiqueu-ne els extrems relatius.
[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x = 1$.
[1 punt]

$$x-y+z=0\,\big|$$

61. PAU 2016 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Durant la darrera epidèmia d'Ebola es va considerar que, sense cap intervenció, el virus es propagava augmentant en un 3 % diari el nombre d'afectats. Suposeu que en una població, avui, hi ha 25 persones infectades.

***a*)** Escriviu la fórmula de la funció que dóna el nombre de persones infectades en passar els dies. Quantes persones estaran infectades al cap de 20 dies?

[1 punt]

***b*)** A partir d'una data determinada, en aquesta població s'apliquen unes mesures sanitàries que permeten que el nombre de persones infectades disminueixi segons la funció $g(x) = 1.000 \cdot (0{,}95)^x$. Si considerem controlada l'epidèmia quan el nombre d'afectats és igual o inferior a 10 persones, quants dies hauran de passar després d'aplicar les mesures sanitàries per a poder declarar controlada l'epidèmia?

[1 punt]

62. PAU 2016 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

1. Dues de les escales que se solen usar per a mesurar temperatures, l'escala Fahrenheit i l'escala Celsius, estan relacionades linealment, és a dir, la funció que dóna la temperatura F en graus Fahrenheit a partir de la temperatura C en graus Celsius és una recta. L'escala Celsius estableix els 0 °C com a temperatura de congelació de l'aigua i els 100 °C com a temperatura d'ebullició. En l'escala Fahrenheit, aquests canvis d'estat de l'aigua s'esdevenen als 32 °F i als 212 °F, respectivament.

***a*)** Escriviu la funció que, per a cada temperatura expressada en graus Celsius, dóna la temperatura expressada en graus Fahrenheit.

[1 punt]

***b*)** A quina temperatura coincideixen els graus Celsius amb els graus Fahrenheit?

[1 punt]

63. PAU 2016 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Sigui la funció $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$.

***a*)** Estudieu en quins intervals f creix i en quins intervals decreix. Determineu i classifiqueu, si n'hi ha, els màxims i els mínims de f.

[1 punt]

***b*)** Escriviu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x = 2$.

[1 punt]

64. PAU 2016 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. Sabem que la funció derivada f' d'una funció f, polinòmica de tercer grau, talla l'eix de les abscisses en els punts $x = -1$ i $x = 2$.

***a*)** Justifiqueu si és possible que f' talli també l'eix de les abscisses en un punt diferent dels dos esmentats.

[1 punt]

***b*)** Si ens diuen que $f'(1) = 2$, indiqueu i classifiqueu els màxims i els mínims de la funció f.

[1 punt]

65. PAU 2015 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 3

3. Determineu els valors de a, b i c que fan que la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ passi pel punt $(0, 4)$ i tingui extrems relatius en els punts d'abscissa $x = 1$ i $x = 3$. Classifiqueu aquests extrems.

[2 punts]

66. PAU 2015 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 4

4. S'ha observat que el nombre d'entrades que es venen al cinema d'un poble està lligat al sou mitjà x de la població, expressat en milers d'euros, segons la funció

$$N(x) = \frac{50x}{x^2+1}.$$

a) Determineu el sou mitjà de la població que correspon a la màxima venda d'entrades i justifiqueu la resposta.

[1 punt]

b) Si suposem que els sous de la població creixen indefinidament, com incidiria aquest fet en la venda d'entrades del cinema?

[1 punt]

67. PAU 2015 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{2x+2}{x^2 - x + 2}$.

a) Escriviu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt de tall amb l'eix de les ordenades.

[1 punt]

b) Determineu els punts de la corba en què la recta tangent és horitzontal.

[1 punt]

68. PAU 2015 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 5

5. La funció derivada d'una funció f és $f'(x) = e^{-2x} \cdot (x - x^2)$.

a) Estudieu el creixement i el decreixement de la funció f.

[1 punt]

b) Si la funció f té extrems relatius, indiqueu-ne les abscisses i classifiqueu-los.

[1 punt]

69. PAU 2015 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. La funció derivada d'una funció f és $f'(x) = (x - 5) \cdot e^{-2x}$.

a) Si en té, determineu i classifiqueu els extrems de la funció f.

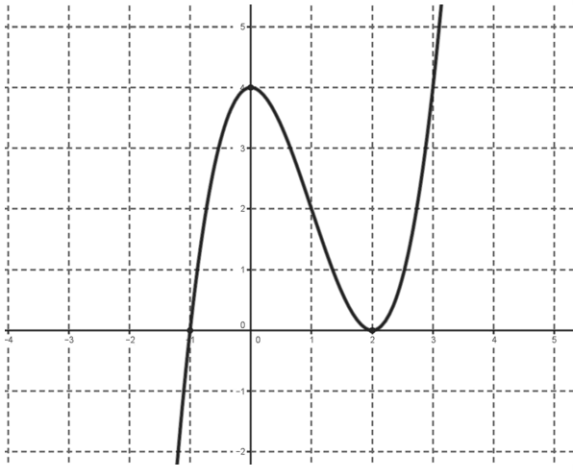
[1 punt]

b) Sabem que la gràfica de f passa per $P(0, 2)$. Calculeu l'equació de la recta tangent a f en el punt P.

[1 punt]

70. PAU 2015 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5

5. La gràfica adjunta mostra la funció f', derivada d'una funció f.



a) Determineu en quins intervals la funció f és creixent i en quins intervals és decreixent. Si n'hi ha, classifiqueu els extrems de la funció f.

[1 punt]

b) Indiqueu per a quins valors de x la recta tangent a f és horitzontal.

[1 punt]

71. PAU 2014 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 2

2. S'han corregit unes quantes proves de selectivitat i s'han puntuat amb notes entre 0 i 10. El nombre de persones que han obtingut una determinada qualificació x és definit per la funció $N(x) = 250 - (2x - 9)^2$.

a) Quantes persones han tret un 10 en aquesta prova? Quantes persones han tret un 6?

[1 punt]

b) Quina és la nota que han tret més persones? Quantes persones han tret aquesta nota?

[1 punt]

72. PAU 2014 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 3

3. La funció derivada d'una funció f és $f'(x) = e^{-x} \cdot (x - x^2)$.

a) Estudieu el creixement i el decreixement de la funció f.

[1 punt]

b) Si la funció f té extrems relatius, indiqueu-ne les abscisses i classifiqueu-los.

[1 punt]

73. PAU 2014 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$.

a) Determineu-ne, si en té, les asímptotes horitzontals i verticals.

[1 punt]

b) Justifiqueu que és decreixent en tot el domini de f.

[1 punt]

74. PAU 2014 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

2. La gràfica de la derivada f' de la funció f és una paràbola que talla l'eix d'abscisses en els punts $(5, 0)$ i $(1, 0)$, i té el vèrtex en el punt $(3, -4)$.

a) Expliqueu raonadament en quins intervals la funció f és creixent i en quins intervals és decreixent. Indiqueu-ne els extrems relatius i classifiqueu-los.

[1 punt]

b) Sabem que $f(3) = 2$. Determineu l'equació de la recta tangent a la funció f en el punt $(3, 2)$.

[1 punt]

75. PAU 2014 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 3

3. Una cadena de televisió decideix emetre un nou programa en la franja horària de les 17.00 h a les 21.00 h. El percentatge d'audiència P de la primera emissió en funció del temps t, mesurat en hores, és definit per la funció

$$P(t) = \frac{1}{5}(-t^3 + 49t^2 - 760t + 3.690) \quad 17 \leq t \leq 21.$$

Els directius de la cadena acorden que el programa se seguirà emetent si en algun moment s'aconsegueix un percentatge d'audiència superior al 20 %.

a) Expliqueu raonadament en quins intervals de temps l'audiència del programa va augmentar i en quins intervals va disminuir.

[1 punt]

b) En vista dels resultats, se seguirà emetent el programa? Justifiqueu la resposta.

[1 punt]

76. PAU 2014 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 6

6. Sigui la funció $f(x) = x \cdot e^x$.

a) Si la funció f té extrems relatius, determineu-los i classifiqueu-los.

[1 punt]

b) Calculeu la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x = 0$.

[1 punt]

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Oficina d'Accés a la Universitat

Proves d'accés a la universitat

Convocatòria 2014

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

77. PAU 2014 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

1. El preu en borsa d'unes accions és definit per la funció $p(t) = 500 \cdot e^{0,3t}$, on t indica els anys transcorreguts a partir del moment present.

a) Si venem les accions d'aquí a un any, quin percentatge de benefici obtindrem?
[1 punt]

b) D'aquí a quants anys haurem aconseguit doblar el preu de les accions?
[1 punt]

78. PAU 2014 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Els beneficis diaris, en centenars d'euros, d'un taller de bicicletes són definits per la funció $f(x) = -20x^2 + 50x - 20$, on x són els centenars de bicicletes venudes. El taller només té capacitat per a fabricar 200 bicicletes al dia.

a) Calculeu el benefici màxim diari que pot obtenir el taller.
[1 punt]

b) Determineu el nombre mínim de bicicletes que ha de fabricar per a no tenir pèrdues.
[1 punt]

79. PAU 2014 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5

5. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{3x-4}{2x-5}$.

a) Indiqueu-ne el domini i els punts on la gràfica de la funció f talla l'eix d'abscisses.
[1 punt]

b) Determineu-ne, si en té, les asímptotes horitzontals i verticals.
[1 punt]

80. PAU 2013 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 1

1. Donada una funció f, sabem que $f'(x) = e^{-x} \cdot (2x^2 - 3x)$.

a) Estudieu el creixement i el decreixement de la funció f.
[1 punt]

b) Si la funció f té extrems relatius, indiqueu-ne les abscisses i classifiqueu-los.
[1 punt]

81. PAU 2013 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 6

6. La demanda d'energia elèctrica d'una ciutat, comptada a partir de la mitjanit i fins a les vuit del matí, és donada per la funció $f(t)=\frac{t^2-6t+12}{6}$, on t s'expressa en hores (h) i $f(t)$, en milions de kilowatts hora (kW h).

a) A quina hora el consum coincideix amb el de la mitjanit, i quin és aquest consum?
[1 punt]

b) A quina hora es donarà el mínim consum? Justifiqueu que, efectivament, es tracta d'un mínim.
[1 punt]



82. PAU 2013 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2

2. Donades les funcions $f(x)=x^3+5x^2+(3+k)x$ i $g(x)=x^2+kx$.

a) Determineu les abscisses dels punts de tall de les dues corbes.
[1 punt]

b) Determineu k perquè la paràbola donada per la funció g tingui el vèrtex en el punt d'abscissa $x=2$, i determineu-ne l'ordenada.
[1 punt]

83. PAU 2013 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5

5. Segons uns estudis de laboratori, l'evolució de la població en un cultiu de bacteris al llarg del temps segueix la funció $f(t)=30\cdot(1-e^{-t})+10$, on t són els dies que han transcorregut des de l'inici de l'experiment, i $f(t)$ és la població, en milions de bacteris.

a) Quina població hi ha en el moment de començar l'experiment? Justifiqueu si en algun moment hi arribarà a haver 40 milions de bacteris.
[1 punt]

b) Hi haurà algun moment en què la població sigui màxima? Justifiqueu la resposta.
[1 punt]

84. PAU 2013 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

1. Un equip científic ha estudiat l'evolució de la població d'una petita illa de la Polinèsia. Com a conclusió, ha determinat que, per tal d'obtenir una bona estimació de la població, cal fer servir l'expressió

$$P(t) = 400 + 18t - 6t^{\frac{3}{2}},$$

on t indica els anys transcorreguts des del principi de l'estudi.

a) Determineu la població de l'illa quan va començar l'estudi, i al cap d'un any. Quina ha estat la taxa de creixement en aquest període?
[1 punt]

b) Al cap de quants anys després del començament de l'experiment va deixar de créixer la població de l'illa? Quin va ser el nombre màxim d'habitants?
[1 punt]

85. PAU 2013 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Els beneficis d'una companyia de transport de viatgers són donats per la funció $B(x) = ax^2 + bx + c$, on x és el preu que la companyia cobra per cada viatge. Sabem que si cobren 40 € per viatge, els beneficis són 19.000 €. A més, si augmentem el preu un 25 %, el benefici que s'obté és el màxim, 20.000 €. Tenint en compte aquestes dades, determineu els valor de a, b i c.
[2 punts]

86. PAU 2013 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 6

6. Determineu els valors dels paràmetres a, b i c que fan que les corbes d'equació $f(x) = x^3 + ax + b$ i $g(x) = x^3 + cx^2 - 2$ tinguin la mateixa recta tangent en el punt $(1, 1)$.
[2 punts]

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2012-2013

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

87. PAU 2012 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 1

1. Considerem les funcions $f(x) = (x-a)^3$ i $g(x) = -x^2 + bx + c$.

a) Determineu els valors dels paràmetres que fan que les dues corbes tinguin la mateixa tangent en el punt $(2, 1)$.

[1,5 punts]

b) En el cas $a = 1$, feu una gràfica aproximada de la funció f.

[0,5 punts]

88. PAU 2012 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Considerem la funció $f(x) = \dfrac{12}{x}$.

a) Indiqueu-ne el domini i estudieu-ne el creixement.

[1 punt]

b) Calculeu les equacions de les rectes tangents a la gràfica de f que són paral·leles a la recta $y + 3x = 2$.

[1 punt]

89. PAU 2012 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

1. La població de bacteris en una mostra evoluciona segons la funció $f(t) = -t^2 + 4t + 12$, on t correspon al nombre de setmanes des de l'inici de l'experiment, i $f(t)$ és el nombre d'individus que formen la mostra, en milions d'unitats.

a) Quantes setmanes han de passar fins a la desaparició de la població?

[1 punt]

b) Quin serà el nombre màxim d'individus de la mostra, i al cap de quantes setmanes s'aconseguirà?

[1 punt]

90. PAU 2012 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

3. Donada la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, determineu els valors dels tres paràmetres sabent que la gràfica de la funció passa pel punt $(1, 18)$ i que té extrems relatius per a $x = -2$ i $x = 4$.

[2 punts]

91. PAU 2012 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Considerem la funció $f(x) = \dfrac{1}{x^2+3}$.

a) Escriviu la fórmula de la funció que a cada nombre real, x, li fa correspondre el pendent de la recta tangent a f en el punt d'abscissa x.

[1 punt]

b) Determineu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x = -1$.

[1 punt]

92. PAU 2012 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

1. Sobre la funció $f(x)=\dfrac{a}{x^2+bx+c}$ disposem de les dades següents:

— les seves asímptotes verticals són $x=-3$ i $x=1$;
— la seva gràfica passa pel punt $(0, -4)$.

a) Determineu la fórmula de la funció i feu un dibuix aproximat de la gràfica corresponent.
[1 punt]

b) En el cas $a=1$, $b=-2$ i $c=-1$, determineu i classifiqueu, si existeixen, els extrems relatius de la funció.
[1 punt]

93. PAU 2012 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5

5. Sigui f una funció polinòmica de grau 3, amb un màxim a $(0, 0)$ i un mínim a $(2, -4)$.

a) Feu una gràfica aproximada de f.
[0,5 punts]

b) Determineu la fórmula de la funció.
[1,5 punts]

94. PAU 2011 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 1

1. Un estudi de laboratori sobre la propagació d'una espècie de mosques mostra que, passades t setmanes, el nombre d'individus és $N(t)$ centenars de mosques, en què $N(t)=-(t-2)^2+9$.

a) Quantes mosques formen la població al cap d'una setmana? Quantes setmanes han de transcórrer fins a la desaparició total de les mosques?
[1 punt]

b) Quina és la població màxima d'individus? Quantes setmanes han hagut de passar per a obtenir aquesta població màxima?
[1 punt]

95. PAU 2011 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 6

6. Sabem que la funció $f(x)=ax^3+3x^2-bx-\dfrac{1}{3}$ passa pel punt $(1, 0)$, i que la recta tangent a la gràfica de la funció en aquest punt és paral·lela a la recta $12x-2y=3$.

a) Determineu els valors dels paràmetres a i b.
[1 punt]

b) Per a $a=1$ i $b=9$, determineu, si n'hi ha, les abscisses dels extrems possibles (màxims o mínims) de la funció, i classifiqueu-los.
[1 punt]

96. PAU 2011 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

3. Considereu la funció següent:

$$f(x)=\frac{2x^2}{ax+1}$$

a) Determineu el valor de a que fa que la funció f tingui un extrem en el punt $x=1$, i indiqueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim.
[1 punt]

b) Per a $a=3$, indiqueu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció f.
[1 punt]

97. PAU 2011 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Una empresa que fabrica bicicletes ven la totalitat de la producció. Anomenarem x el nombre de bicicletes que fabrica mensualment. Els costos mensuals de producció, en euros, segueixen la funció $C(x)=180x+12\,000$. La venda de les bicicletes li reporta uns ingressos que segueixen la funció $I(x)=500x-\frac{1}{2}x^2$. Els beneficis de l'empresa són, lògicament, la diferència entre ingressos i costos.

a) En quin interval cal situar la producció per a no perdre diners?
[1 punt]

b) Quantes bicicletes ha de produir mensualment l'empresa per a obtenir el benefici màxim? En aquest cas, quant guanya per cada bicicleta?
[1 punt]

98. PAU 2011 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 6

6. Considereu la funció $f(x)=x-e^{-3x}$.

a) Indiqueu-ne el domini, i demostreu que f és estrictament creixent en tot el domini.
[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x=0$.
[1 punt]

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

99. PAU 2011 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

1. Considereu la funció $f(x)=x-\ln(x)$.

a) Indiqueu-ne el domini. Determineu l'asímptota vertical de la funció f.
[1 punt]

b) Determineu els intervals en què la funció f és creixent i els intervals en què és decreixent, i classifiqueu-ne els extrems possibles.
[1 punt]

100. PAU 2011 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4

4. Considereu la funció $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x-3}, & x\geq 0 \end{cases}$.

a) Feu-ne una representació gràfica aproximada. Justifiqueu per a quins valors de x la funció és discontínua.
[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x=4$.
[1 punt]

101. PAU 2011 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 6

6. Un bosc té una massa forestal de $40\,000\,\text{m}^3$ de fusta. Es calcula que la pluja àcida i els incendis provoquen una disminució del 6 % anual de l'esmentada massa forestal, que es pot expressar en termes de la funció $F(t)=40\,000\cdot 0{,}94^t$, en què $F(t)$ és la massa forestal que queda passats t anys.

a) Justifiqueu que la funció F és estrictament decreixent.
[1 punt]

b) D'aquí a quants anys la massa forestal s'haurà reduït a la meitat?
[1 punt]

102. PAU 2010 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Considereu la funció $f(x) = x^3 - ax^2 + 9x + b$.

a) Determineu a i b, sabent que la gràfica de f passa pel punt $(2, 2)$ i té un extrem en $x = 1$.

[1 punt]

b) Per a $a = 6$ i $b = 0$, determineu els possibles màxims i mínims de f i classifiqueu-los.

[1 punt]

103. PAU 2010 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Un fons d'inversions posa en marxa un producte financer que aporta un benefici de $R(x)$ euros en fer una inversió de x centenars d'euros, segons la funció $R(x) = -0{,}01x^2 + 4x + 20$.

a) Calculeu quina inversió produeix més beneficis.

[1 punt]

b) Calculeu el tant per cent de benefici que s'obtindrà amb una inversió de 1 000 €, i el que s'obtindrà amb una de 10 000 €.

[1 punt]

104. PAU 2010 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 6

6. Donada la funció següent:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

a) Determineu-ne el domini i els valors de x per als quals el signe de la funció f és negatiu.

[1 punt]

b) Determineu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció f.

[1 punt]

105. PAU 2010 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

1. Considereu la funció següent:

$$f(x)=\frac{3x-1}{x+2}$$

a) Determineu-ne les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha.
[1 punt]

b) Si $f'(x) > 0$ en tot el domini de la funció f, calculeu els límits laterals quan x tendeix a -2 i feu un esbós de la gràfica de la funció f.
[1 punt]

106. PAU 2010 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

2. Considereu la funció següent:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x+b & \text{si } x<0 \\ e^{-x}+1 & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$$

a) Determineu el valor de b perquè la funció f sigui contínua en el punt $x = 0$. Justifiqueu si f pot ser discontínua en algun altre punt.
[1 punt]

b) Justifiqueu si, per a valors positius de x, la funció f és creixent o decreixent.
[1 punt]

107. PAU 2010 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2

2. Donada la funció següent:

$$f(x)=\frac{-4x^2}{x+1}$$

a) Determineu-ne les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha.
[1 punt]

b) Trobeu els punts de la corba en què la recta tangent és paral·lela a la recta $y = -3x + 4$.
[1 punt]

108. PAU 2010 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Considereu la funció $f(x) = x \cdot e^{-x}$.

a) Indiqueu-ne els extrems relatius, si n'hi ha, i classifiqueu-los.
[1 punt]

b) Escriviu l'equació de la recta tangent a la corba en el punt d'abscissa 0.
[1 punt]

109. PAU 2010 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 6

6. En una explotació ramadera es declara una epidèmia, i els veterinaris preveuen que la propagació d'aquesta seguirà la funció $f(x) = -2x^2 + 48x + 162$, en què x representa el nombre de setmanes que han transcorregut des del moment de la declaració de l'epidèmia, i $f(x)$ indica el nombre d'animals afectats.

a) Quants animals hi ha afectats en el moment de declarar-se l'epidèmia? Quantes setmanes durarà l'epidèmia fins al moment en què ja no quedi cap animal afectat?

[1 punt]

b) Indiqueu quin serà el nombre màxim d'animals afectats, i en quina setmana es produirà.

[1 punt]

110. PAU 2010 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 4

4. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2}$$

a) En quin punt de la corba la recta tangent a la gràfica de f és paral·lela a la recta $x + y = 5$?

[1 punt]

b) Calculeu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció, si n'hi ha, i feu un esbós de la gràfica de la funció f.

[1 punt]

111. PAU 2010 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 5

5. Donada la funció $f(x) = x^2 \cdot e^x$:

a) Justifiqueu si hi ha cap valor de x que compleixi $f(x) < 0$. Hi ha cap valor de x que compleixi $f(x) = 0$?

[1 punt]

b) Indiqueu si la funció f és creixent o decreixent en el punt $x = -1$. Estudieu el creixement de la funció f per als valors que compleixen $x > 0$.

[1 punt]

112. PAU 2009 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 3

3. Calculeu els paràmetres a, b i c de la funció $f(x) = ax^2 + bx + c$, sabent que la recta $5x - y - 2 = 0$ és tangent a la corba $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 0$ i que el valor mínim absolut que pren la funció és $-49/12$.

[2 punts]

113. PAU 2009 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 6

6. La taxa d'inflació interanual d'un país determinat durant l'any 2008 expressada en punts percentuals, $i(t)$, es pot aproximar mitjançant la funció

$$i(t) = \frac{t^2 - 10t + 9}{40} + 3, \quad 1 \le t \le 12,$$

en què t és el temps en mesos des del començament de l'any i $t = 1$ és el mes de gener.

a) Trobeu en quins mesos la taxa d'inflació interanual és de 3 punts percentuals.
[1 punt]

b) Trobeu en quins mesos la taxa d'inflació és decreixent i en quins mesos és creixent.
[0,5 punts]

c) Trobeu en quin mes la taxa assoleix el valor mínim i calculeu aquest valor.
[0,5 punts]

d) Feu un esbós de la gràfica d'aquesta funció.
[1 punt]

e) Trobeu en quin mes la taxa assoleix el valor màxim i calculeu aquest valor.
[1 punt]

---

114. PAU 2009 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si} \quad x < 2 \\ x - 1 & \text{si} \quad 2 \le x \le 4 \\ 3 & \text{si} \quad x > 4 \end{cases}$$

a) Feu-ne la representació gràfica.
[1 punt]

b) Digueu en quins punts és discontínua i quin tipus de discontinuïtat té.
[1 punt]

115. PAU 2009 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 3

3. L'evolució de la població d'un estat, en milions d'habitants, es pot aproximar mitjançant la funció

$$P(t)=\frac{20t}{4+t^2}+40$$

en què t és el temps en anys.

a) Calculeu la població actual (per a $t = 0$).

[0,5 punts]

b) Determineu el límit de $P(t)$ quan t tendeix a infinit.

[0,5 punts]

c) Determineu al cap de quants anys la població serà màxima i el nombre d'habitants que la funció prediu per a aquest màxim.

[1 punt]

116. PAU 2009 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 3

3. Segons un estudi sobre l'evolució de la població d'una espècie protegida determinada, podem establir el nombre d'individus d'aquesta espècie durant els propers anys mitjançant la funció

$$f(t)=\frac{50t+500}{t+1}$$

en què t és el nombre d'anys transcorreguts.

a) Calculeu la població actual i la prevista per d'aquí a nou anys.

[0,5 punts]

b) Determineu els períodes en què la població augmentarà i els períodes en què disminuirà.

[1 punt]

c) Esbrineu si, segons aquesta previsió, la població tendirà a estabilitzar-se en algun valor i, si escau, determineu-lo.

[0,5 punts]

117. PAU 2008 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu la funció real de variable real $f(x)=\dfrac{x^2+5x}{x-4}$.

a) Determineu-ne els intervals de creixement i decreixement.

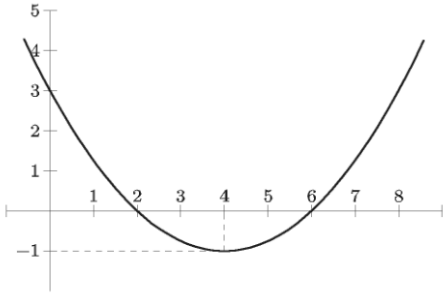
[1,5 punts]

b) Trobeu-ne els extrems relatius.

[0,5 punts]

118. PAU 2008 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 4

4. La gràfica següent representa una funció polinòmica de segon grau (paràbola).



a) Trobeu el vèrtex de la paràbola i les interseccions amb els eixos.
[0,5 punts]

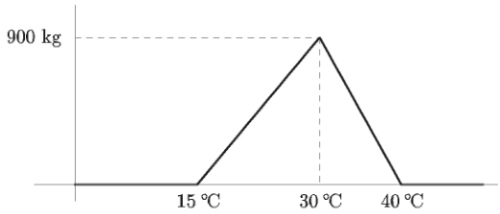
b) Determineu l'equació de la paràbola.
[1,5 punts]

119. PAU 2008 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Determineu els intervals de creixement i decreixement, així com els màxims i mínims, de la funció $f(x) = x^2 e^{-x}$.
[2 punts]

120. PAU 2008 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Un hivernacle està destinat al cultiu de tomàquets. Se sap que les tomaqueres només produeixen fruits si la temperatura dins l'hivernacle està entre 15 °C i 40 °C. En la gràfica següent es mostra la producció de tomàquets en kilograms, segons la temperatura que es manté a l'hivernacle.



a) Si la temperatura està entre 15 °C i 29 °C, digueu quina variació experimenta la producció en augmentar la temperatura 1 °C. Calculeu aquesta variació quan la temperatura està entre 30 °C i 39 °C.
[1,5 punts]

b) Definiu una funció a trossos que expressi la producció segons la temperatura.
[1,5 punts]

c) Trobeu les temperatures per a les quals s'obté el 75 % de la producció màxima.
[1 punt]

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés

121. PAU 2007 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-1}$.

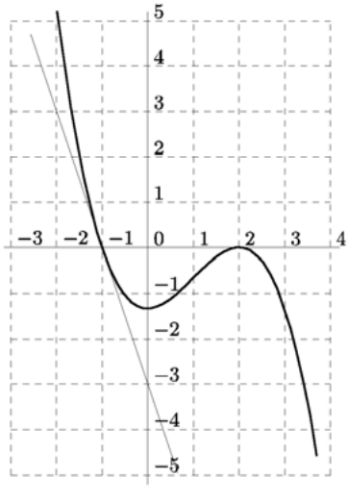
a) Trobeu l'equació de la recta tangent a la corba $y = f(x)$ en el punt d'abscissa $x = 2$.

b) Determineu els intervals de creixement i decreixement, així com els extrems, si n'hi ha.

122. PAU 2007 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 5

PROBLEMES

5. La corba $y = f(x)$ de la figura té per domini el conjunt de tots els nombres reals.



a) Determineu els punts on la funció val 0. Determineu els valors de x pels quals la funció és positiva.

b) Digueu en quins punts s'anul·la la derivada i en quins punts $f'(x) < 0$.

c) Trobeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = 2$.

d) Determineu la recta tangent en el punt d'abscissa $x = -1$.

e) Determineu a sabent que $f(x) = a(x + 1)(x - 2)^2$.

123. PAU 2007 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4

4. La funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ té un màxim en el punt $(1, 4)$ i passa pel punt $(3, 0)$. Trobeu a, b i c.

124. PAU 2007 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

PROBLEMES

5. Considereu la funció real de variable real $f(x)=\dfrac{2x+m}{x}$, on m és un paràmetre real.

a) Calculeu el valor que ha de tenir m perquè la tangent a la gràfica de $f(x)$ en el punt d'abscissa $x = -3$ sigui paral·lela a la recta $x - 3y + 1 = 0$. Calculeu també l'equació d'aquesta tangent.

Ara fixeu el valor de $m = 1$.

b) Determineu el domini de la funció i els intervals on és creixent o decreixent.

c) Determineu-ne les asímptotes.

d) Dibuixeu un esbós de la gràfica resultant.

125. PAU 2007 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Considereu la funció definida a trossos següent:

$$f(x)=\begin{cases} -4x+a & \text{si} \quad x\le -2 \\ x^2-5 & \text{si} \quad -2<x<1 \\ bx+3 & \text{si} \quad 1\le x \end{cases}$$

a) Calculeu els valors de a i de b per tal que $f(x)$ sigui contínua per a tot x.

b) Feu un gràfic de la funció obtinguda en l'apartat anterior.

126. PAU 2007 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 5

PROBLEMES

5. Els beneficis mensuals d'un artesà expressats en euros, quan fabrica i ven x objectes, s'ajusten a la funció $B(x) = -0{,}5x^2 + 50x - 800$, en què $20 \le x \le 60$.

a) Trobeu el benefici que obté en fabricar i vendre 20 objectes i en fabricar i vendre 60 objectes.

b) Trobeu el nombre d'objectes que ha de fabricar i vendre per a obtenir el benefici màxim, així com aquest benefici màxim.

c) Feu un esbós del gràfic de la funció $B(x)$.

d) El benefici mitjà per x objectes és $M(x)=\dfrac{B(x)}{x}$. Digueu quants objectes ha de fabricar i vendre perquè el benefici mitjà sigui màxim, i quin és aquest benefici.

127. PAU 2006 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 1

Qüestions

1. En els sis primers mesos, des que va obrir, una llibreria ha anat anotant el nombre de compradors de cada mes. Aquest nombre $N(x)$ es pot ajustar per la funció

$N(x) = \dfrac{1000x - 600}{x}$, essent x el número del mes comptat des que van obrir.

   a) Quants compradors van tenir el segon mes? En quin mes, comptat a partir de l'obertura, van tenir 900 compradors?
   b) Suposem que aquesta fórmula serveix per predir el nombre de compradors en el futur. Podem assegurar que aquest nombre sempre anirà en augment? Expliqueu detalladament el perquè de la vostra resposta.

Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.

128. PAU 2006 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 5

Problemes

5. Considereu la funció:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 2 & \text{si} \quad x < 0 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si} \quad x \geq 0. \end{cases}$$

   a) Estudieu-ne la continuïtat.
   b) Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció.
   c) Feu un gràfic aproximat de la funció.
   d) Trobeu els extrems relatius i absoluts en l'interval [-2, 2].

Puntuació per cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

129. PAU 2006 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

1. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{3 - 2x}{x}$.

   a) Trobeu els punts de la gràfica en els quals la recta tangent és paral·lela a la recta $3x + 4y + 5 = 0$.
   b) Calculeu les equacions d'aquestes rectes tangents.

Puntuació: a) 1 punt; b) 1 punt. Total: 2 punts.

130. PAU 2006 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Considereu la funció:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 2, & \text{si} \quad x \leq 0 \\ x^2 - 3x + 2, & \text{si} \quad x > 0. \end{cases}$$

a) Dibuixeu la gràfica.
b) Estudieu-ne la continuïtat.
c) Determineu els extrems relatius.

Puntuació: a) 1 punt; b) 0,5 punts; c) 0,5 punts. Total: 2 punts.

131. PAU 2006 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5

5. El benefici $B(x)$ (expressat en milers d'euros) que obté una empresa per la venda de x unitats d'un determinat producte és representat per la funció:

$$B(x) = -x^2 + 300x - 16100 \quad \text{per a} \quad 50 \leq x \leq 250.$$

a) Si ha venut 110 unitats, quin benefici ha obtingut?
b) Quantes unitats pot haver venut si el benefici obtingut ha estat de 3.900 milers d'euros?
c) Quantes unitats ha de vendre per tal que el benefici sigui màxim? Quin és aquest benefici màxim?
d) Quina quantitat d'unitats ha de vendre per no tenir pèrdues?

Puntuació per cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

132. PAU 2005 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 3

3. La corba d'equació $y = 3x^2 - 1$ i la recta $y = 4x + b$ són tangents.

a) Determineu el punt de tangència.
b) Determineu b.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

133. PAU 2005 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

nya
la Universitat

3. Calculeu a i b de manera que $f(x) = a\ln(x) + bx^2 + x$ tingui extrems relatius en els punts d'abscisses $x = 1$ i $x = 2$, i digueu, en cada cas, si es tracta d'un màxim o d'un mínim.

Puntuació: càlcul de a i b 1 punt; determinació del caràcter 1 punt. Total: 2 punts.

134. PAU 2005 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$.

a) Calculeu l'equació de la recta tangent a la corba que representa $f(x)$, en el punt d'abscissa $x = 2$.
b) Quina és la funció que dóna el pendent de la recta tangent en cadascun dels punts de la corba?
c) Calculeu el punt de la corba que representa $f(x)$ en el qual el pendent de la recta tangent és màxim. Trobeu el valor d'aquest pendent màxim.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

135. PAU 2005 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 3

nteruniversitari de Cata
ació de Proves d'Accés

3. a) Calculeu els punts del gràfic de la corba $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ on la recta tangent té pendent $-\dfrac{1}{3}$.

b) Determineu la recta tangent en aquests punts.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

136. PAU 2005 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4

4. La funció $f(x) = \dfrac{90x + 100}{x + 5}$ indica el nombre de minuts que s'aconsella de caminar diàriament en funció del nombre x de setmanes que han passat des que es va començar un programa de manteniment.

a) Segons aquest programa de manteniment, a partir de quina setmana s'ha de caminar més d'una hora?
b) Feu un gràfic aproximat de la funció i expliqueu el seu creixement. Quant de temps aproximadament hauria de dedicar diàriament a caminar una persona que fa molt de temps que segueix el programa?

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total: 2 punts.

137. PAU 2004 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 5

PROBLEMES

5. Sigui la funció $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$.

a) Trobeu les equacions de les asímptotes de $f(x)$.
b) Estudieu el signe de la funció.
c) Estudieu el creixement i decreixement de la funció i indiqueu quins són els seus màxims i mínims.
d) Feu un esbós de la gràfica de $f(x)$.

Puntuació de cada apartat: 1 punt. Total: 4 punts.

138. PAU 2004 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 6

6. Una empresa de lloguer de cotxes ens ofereix la possibilitat d'escollir entre dues tarifes:

A: 20 € per dia més 0,2 € per quilòmetre recorregut
B: 40 € per dia

a) Per a cadascuna de les dues tarifes, expresseu el cost del lloguer en funció del nombre t de dies de durada del viatge i del quilometratge x.
b) Si s'han de fer 1000 km en 8 dies, a quina tarifa convé acollir-se? I si el viatge de 1000 km ha de durar 12 dies?
c) Si hem de fer 1000 km, per a quina durada del viatge el cost és el mateix amb les dues tarifes? Expliqueu quina tarifa ens interessa escollir en funció del nombre de dies que duri el viatge.

Puntuació: apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt; apartat c) 2 punts. Total: 4 punts.

2

139. PAU 2004 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

5. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{x^3}{30} - 15x^2 + 2500$.

a) Calculeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa $x = 0$.
b) En quin punt de la corba és mínim el pendent de la recta tangent? Quin és el valor del pendent mínim?

Puntuació: apartat a) 1,5 punts; apartat b) 2,5 punts. Total: 4 punts.

140. PAU 2004 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 3

3. Sigui $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & si \quad x < 1 \\ (x + a)^2 & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

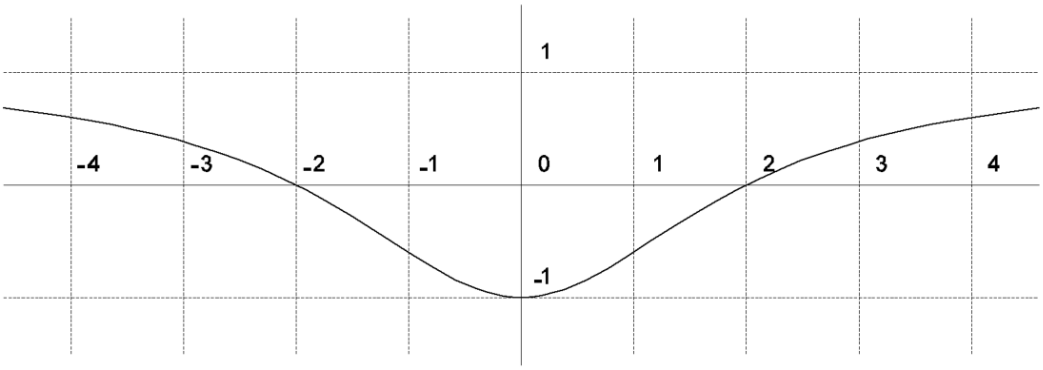
Per a quins valors del paràmetre a la funció és contínua?

Puntuació: 2 punts.

141. PAU 2004 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4

4. Observeu la gràfica següent de la funció $f(x)$ i digueu quin valor tenen (aproximadament)

a) $f(0)$ b) x si $f(x) = 0$ c) $f'(0)$ d) $f'(-2)$



Puntuació de cada apartat: 0,5 punts. Total: 2 punts.

142. PAU 2003 · Setembre · Sèrie única · Exercici 3

3. Esbrineu si les gràfiques de la funció $f(x) = x^2 - 2x + 2$ i de la recta $y = 2x - 2$ són tangents en algun punt. En cas que ho siguin, determineu aquest punt. Hi ha algun altre punt d'intersecció entre la recta i la gràfica de la funció?

Puntuació: 2 punts.

143. PAU 2003 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 3

3. Determineu l'àrea finita de la regió del pla compresa entre les dues paràboles $y = -x^2 + 4x + 1$ i $y = x^2 - 6x + 9$.

Puntuació: 2 punts.

144. PAU 2003 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 5

5. Com a resultat del test efectuat amb un nou model d'automòbil per determinar-ne el consum de benzina, s'ha observat que, per a velocitats compreses entre 25 i 175 km/h, el consum $C(x)$ de gasolina, expressat en litres consumits en 100 km, fets a la velocitat constant de x km/h, es pot aproximar per la funció

$$C(x) = 7{,}5 - 0{,}05x + 0{,}00025x^2.$$

a) Determineu el consum a les velocitats de 50 km/h i de 150 km/h.
b) A quina velocitat s'obté el mínim consum? Quin és aquest consum mínim?
c) Feu un estudi del creixement i decreixement de la funció $C(x)$ a l'interval $[25,175]$. Determineu les velocitats que corresponen a consum màxim, així com aquest consum.

Puntuació: apartat a): 0,5 punts; apartat b): 2 punts; apartat c): 1,5 punts. Total: 4 punts.

145. PAU 2003 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2

ell Interuniversitari de Catalunya
inació i Orgar

2. La funció $f(x) = -5ax^2 + 700x + 1440$ té un extrem relatiu per $x = 10$. Calculeu el valor de a.

Puntuació: 2 punts.

146. PAU 2002 · Setembre · Sèrie única · Exercici 1

QÜESTIONS

1. Considereu la corba d'equació $f(x) = x^3 - x$.

a) Calculeu els punts en què la gràfica de $f(x)$ talla l'eix d'abscisses i expliqueu raonadament on $f(x)$ és positiva i on és negativa.
b) Trobeu l'àrea del recinte limitat per la part positiva de la gràfica de $f(x)$ i el semieix negatiu d'abscisses.

Puntuació: Cada apartat val 1 punt. Total: 2 punts.

147. PAU 2002 · Setembre · Sèrie única · Exercici 5

PROBLEMES

5. Considereu la funció $f(x) = 2002x^2 + ax + b + \sin x$, amb a, b reals. Calculeu els valors dels paràmetres a, b perquè f passi pel punt (0, 3) i tingui un extrem relatiu en aquest punt. Expliqueu raonadament quin tipus d'extrem té f en aquest punt.

Puntuació: Planteig: 1 punt. Determinació de a i b: 2 punts. Determinació del tipus d'extrem: 1 punt. Total: 4 punts.

148. PAU 2002 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 1

1. Trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$ en el punt d'abscissa $x = 2$.

Puntuació: Total: 2 punts.

149. PAU 2002 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2

2. Trobeu l'expressió general de totes les primitives de $f(x) = 5\sqrt[3]{x^2}$. Quina és la que passa pel punt (8,0)?

Puntuació: Primitiva general: 1 punt. Primitiva particular: 1 punt. Total: 2 punts.

150. PAU 2002 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

1. Considereu la paràbola $y = x^2$ i la recta $y = mx$, amb m real positiu.

   a) Calculeu l'àrea de la regió tancada delimitada per les gràfiques de la paràbola i la recta en funció de m .
   b) Quin valor té m si l'àrea de l'apartat a) és 288?

Puntuació: Cada apartat: 1 punt. Total: 2 punts.

151. PAU 2001 · Setembre · Sèrie única · Exercici 2 (Qüestions)

2. Calculeu a i b sabent que la funció $f(x) = ax^2 + bx - 7$ té un extrem local en el punt (2, 1). És un màxim o un mínim? [2 punts]

152. PAU 2001 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2 (Qüestions)

2. Calculeu en quin punt (si és que n'hi ha algun) la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x) = e^{2x}$ forma un angle de 45° amb l'eix de les x. [2 punts]

153. PAU 2001 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1 (Problemes)

1. a) Donada la funció $f(x) = x^3 - 3x$, calculeu els punts de tall amb els eixos i els extrems relatius (si en té), i feu un esbós de la gràfica de la funció.
   b) Basant-se en el gràfic anterior, i sense cap més càlcul, *raoneu* que la funció $g(x) = x^3 - 3x - 10$ talla l'eix de les x en un sol punt.
   c) Indiqueu, raonadament, un interval de longitud 1 en el qual es troba la solució real de l'equació $x^3 - 3x - 10 = 0$.

Nota: L'apartat a) val 2 punts. Els altres dos apartats valen 1 punt cadascun. [4 punts]

154. PAU 2001 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2 (Qüestions)

2. Determineu la funció $f(x)$ tal que

$$f'(x) = x^2 + \sin x \qquad \text{i} \qquad f(0) = 2$$

[2 punts]

155. PAU 2000 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 2 (Problemes)

2. Considereu la funció $y = (x - 1)^2 x^3$. Digueu quin és el seu domini de definició. Calculeu els seus intervals de creixement i decreixement, així com els màxims i mínims (si en té). Calculeu també els punts en què la gràfica talla els eixos. Feu després un esbós d'aquesta gràfica. [4 punts]

156. PAU 2000 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 4 (Qüestions)

4. Calculeu l'abscissa del punt en què la tangent a la gràfica de la funció $f(x) = 2 \ln x$ és paral·lela a la recta $16x - 2y = 7$. [2 punts]

157. PAU 2000 · Setembre · Sèrie 6 · Exercici 1 (Problemes)

1. Considereu la funció $f(x) = \dfrac{x + 3}{1 - x}$

   a) Determineu les seves asímptotes verticals i horitzontals (si en té) i els intervals de creixement i decreixement. Feu després un esquema senzill de la seva gràfica.
   b) Determineu els punts de la gràfica de la funció on la tangent és paral·lela a la recta d'equació $y = x$.

[4 punts]

158. PAU 2000 · Setembre · Sèrie 6 · Exercici 3 (Qüestions)

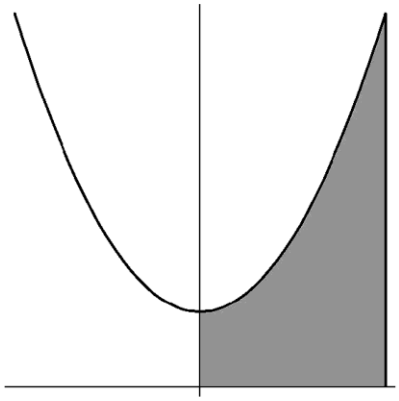
3. Trobeu la primitiva de la funció $f(x) = e^{-x/2}$ que compleix la condició que la seva gràfica passa pel punt (0, 3). [2 punts]

159. PAU 2000 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2 (Problemes)

2. Fa quatre anys es va repoblar un llac amb una nova espècie de peixos. Llavors es van introduir 100 exemplars d'aquesta nova espècie. Actualment s'estima que hi ha 25.000 exemplars. S'estima que el nombre N de peixos ve donat en funció del temps t per la funció $N = Ae^{Bt}$, on A i B són dues constants. El temps t es considera expressat en anys des del moment de la repoblació. Quant temps haurem d'esperar perquè hi hagi 200.000 exemplars? [4 punts]

160. PAU 2000 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4 (Qüestions)

4. Donada la funció $f(x) = x^2 + a$, amb $a > 0$, calculeu el valor de a que faci que l'àrea determinada per la gràfica de la funció, l'eix d'abscisses i les rectes $x = 0$ i $x = 3$ valgui 27.



[2 punts]

161. PAU 2000 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1 (Qüestions)

1. Una entitat financera llança al mercat un pla d'inversió, la rendibilitat $R(x)$ del qual, en milers de pessetes, ve donada en funció de la quantitat x que s'inverteixi, per mitjà de l'expressió següent:

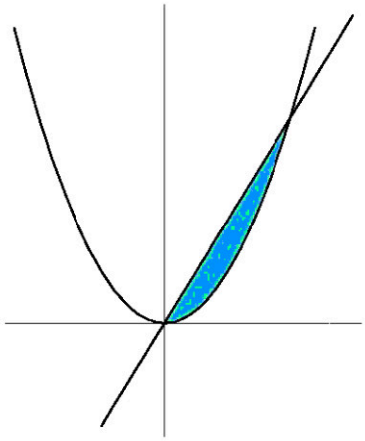
$$R(x) = -0.001x^2 + 0.5x + 2.5$$

   a) Deduïu raonadament quina quantitat de diners li convé invertir a un client en aquest pla per obtenir rendibilitat màxima.
   b) Quina rendibilitat obtindria en aquest cas?

[2 punts]

162. PAU 2000 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2 (Qüestions)

2. Calculeu l'àrea de l'únic recinte tancat limitat per les gràfiques de les funcions $y = 8x$ i $y = x^4$.



[2 punts]