Física

Moviment harmònic simple, ones i so

Solucions · 92 exercicis

Proves d'accés a la universitat (PAU) de Catalunya. Ordenats del més recent al més antic.
Retalls dels exàmens i pautes oficials (selecat.cat / universitats.gencat.cat).

1. PAU 2026 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3 (Opció A)

EXERCICI 3, opció 1

a)

1,0 p El nivell d'intensitat sonora està definit com:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

I la intensitat sonora és:

$$I = I_0 10^{\frac{\beta}{10}}$$

I la relació d'intensitats sonores és:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{10^{\frac{\beta_1}{10}}}{10^{\frac{\beta_2}{10}}} = 10^{\left(\frac{\beta_1}{10} - \frac{\beta_2}{10}\right)} = 10^{\frac{3}{10}} = 10^{0,3} = 1,995$$

D'altra banda, la relació entre les dues intensitats és:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{P/4\pi r_1^2}{P/4\pi r_2^2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Longrightarrow r_2 = r_1\sqrt{\frac{I_1}{I_2}}$$

i

$$r_1 = \sqrt{15^2 + 5^2} = 15,8 \text{ m}$$

Llavors:

$$r_2 = r_1\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} = 15,8\sqrt{1,995} = 22,3 \text{ m}$$

0,25 p Per altra banda:

$$r_2 = \sqrt{20^2 + h_2^2} = 22,3 \text{ m} \Longrightarrow h_2 = \sqrt{22,3^2 - 20^2} = 9,94 \text{ m}$$

Alternativament,

0,25 p es pot calcular primer les intensitats:

$I_1 = I_0 10^{\frac{\beta_1}{10}} = 3,162 \times 10^{-6} \text{ W·m}^{-2}$, $I_2 = I_0 10^{\frac{\beta_2}{10}} = 1,585 \times 10^{-6} \text{ W·m}^{-2}$

0,5 p I a partir de I_1 calcular la potència:

$$P = 4\pi r_1^2 I_1 = 9,934 \times 10^{-3} \text{ W}$$

0,25 p I a partir de I_2 i la potència calcular r_2:

$$r_2 = \sqrt{\frac{P}{4\pi I_2}} = 22,3 \text{ m}$$

b)

0,25 p Primer determinarem la longitud d'ona:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{80} = 4,25 \text{ m}$$

0,25 p Donat un punt situat entre els dos elefants i situat dins la de la línia recta que els uneix, anomenem x_1 la distància recorreguda per l'ona que surt del primer elefant fins aquest punt i x_2 la distància recorreguda per l'ona que surt del primer elefant fins a aquest punt:

$$x_1 + x_2 = 10 \text{ m}$$

0,25 p Les interferències destructives es produeixen quan hi ha un desfasament de mitja longitud d'ona, és a dir, quan la diferència de recorregut és:

$$\Delta x = |x_1 - x_2| = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad n = 0,1,2,...$$

0,5 p Per a $n = 0$, tenim

$$x_1 + x_2 = 10 \text{ m}$$
$$|x_1 - x_2| = 2{,}125 \text{ m}$$

Que té com a solucions $x_1 = 6{,}06$ m, $x_2 = 3{,}94$ m i, $x_1 = 3{,}94$ m, $x_2 = 6{,}06$ m.

Per a $n = 1$, tenim

$$x_1 + x_2 = 10 \text{ m}$$
$$|x_1 - x_2| = 6{,}375 \text{ m}$$

Que té com a solucions $x_1 = 8{,}19$ m, $x_2 = 1{,}81$ m i, $x_1 = 1{,}81$ m, $x_2 = 8{,}19$ m.

Per $n = 3$ tenim,

$$x_1 + x_2 = 10 \text{ m}$$
$$|x_1 - x_2| = 10{,}625 \text{ m}$$

Que té com a solucions $x_1 = 10{,}31$ m, $x_2 = -0{,}31$ m i, $x_1 = -0{,}31$ m, $x_2 = 10{,}31$ m.

Que estan fora de l'espai entre els dos elefants, per tant, ja no són solucions vàlides i el mateix passarà per a $n > 3$. Per tant, només tenim les solucions per a $n = 0$ i $n = 1$:

6,06 m, 3,94 m, 8,19 m i 1,81 m

Nota per als correctors: si donen la meitat de solucions, cal restar 0,25 p. en aquest apartat.

2. PAU 2026 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

EXERCICI 3

a)

Primera opció:

0,5 p Equació del MHS:

$$y(t) = A\,\text{sin}(\omega t + \varphi_0)$$

Paràmetres: $\omega = 2\pi f = 300\pi$ rad/s, $y_0 = y(t=0) = 0$ m.

$$0 = A\,sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(0) = 0 \text{ o } \pi \text{ rad.}$$

Finalment l'equació del moviment és:

$y(t) = 2{,}0 \times 10^{-3} sin(300\pi t)$, y en m i t en s.

Una fase inicial de π rad també és correcte atès que no s'indica el sentit de la velocitat inicial.

Alternativament:

0,5 p Equació del MHS:

$$y(t) = A\,cos(\omega t + \varphi_0)$$

Paràmetres: $\omega = 2\pi f = 300\pi$ rad/s, $y_0 = y(t=0) = 0$ m.

$$0 = A\,cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcCos(0) = \frac{\pi}{2} \text{ rad o } -\frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

Finalment, l'equació del moviment és:

$y(t) = 2{,}0 \times 10^{-3}\,cos\left(300\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$, y en m i t en s.

Una fase inicial de $\pi/2$ rad també és correcta, atès que no s'indica el sentit de la velocitat inicial.

Si no s'analitza la condició de posició inicial nul·la, cal restar **0,25 p**.

0,25 p La longitud d'ona és: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3200}{150} = 21{,}3$ m

0,5 p El nombre d'ona s'expressa com: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}294\ \text{m}^{-1}$

L'equació d'ona s'expressa com: $y(x,t) = A \cdot sin[kx - \omega t + \varphi_0]$

Condició inicial: $y(0{,}0) = 0 \Longrightarrow sin[\varphi_0] = 0 \Longrightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$

$y(x,t) = 2{,}0 \times 10^{-3} \cdot sin[0{,}294x - 300\pi t]$ amb y i x en m i t en s.

També es pot expressar com: $y(x,t) = 2{,}0 \times 10^{-3} \cdot cos\left[0{,}294x - 300\pi t - \frac{\pi}{2}\right]$ amb y i x en m i t en s.

Si no s'analitza la condició de posició inicial nul·la, no penalitzem la nota, atès que ja s'ha tingut en compte al MHS.

Si el terme de fase és $kx + \omega t$, es penalitzarà amb 0,25 punts.

b)

0,5 p Si el so es propaga de forma isotròpica amb un el front d'ona és esfèric, la intensitat a una distància r es calcula com:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{10^{-3}}{4\pi 3^2} = 8{,}84 \times 10^{-6}\ \text{W/m}^2$$

0,75 p El nivell d'intensitat sonora es defineix com:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{8{,}84 \times 10^{-6}}{10^{-12}} = 69{,}5\ \text{dB}$$

3. PAU 2026 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3 (Opció A)

EXERCICI 3

OPCIÓ A

3.1.

0,25 p Es veuen 5 nodes i 4 ventres, per tant, correspon al quart harmònic.

0,25 p Hi ha dues longituds d'ona complertes, per tant:

$$2\lambda = 0{,}36 \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0{,}18 \text{ m}$$

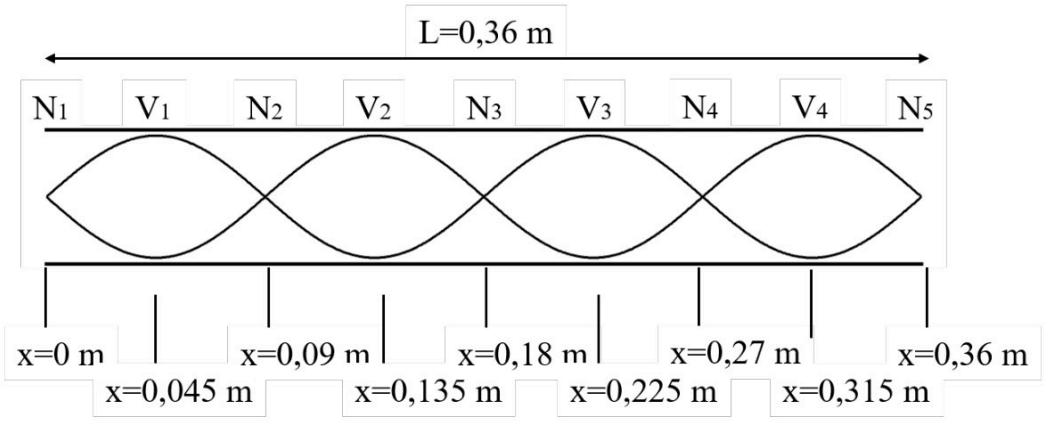
0,25 p Podem obtenir la velocitat a partir de la relació entre la longitud d'ona i la freqüència:

$$v = \lambda \cdot f = 0{,}18 \cdot 357 = 64{,}3 \text{ m/s}$$

0,5 p La distància entre nodes és mitja longitud d'ona, 0,09 m. Els ventres es troben entre nodes a mitja distància, $x_N = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$, llavors:

Primer node $x_{N1} = 0$ m, segon node $x_{N2} = 0{,}09$ m, tercer node $x_{N3} = 0{,}18$ m, quart node $x_{N4} = 0{,}27$ m, cinquè node $x_{N5} = 0{,}36$ m, primer ventre $x_{V1} = 0{,}045$, segon ventre $x_{V2} = 0{,}135$ m, tercer ventre $x_{V3} = 0{,}225$ m i quart ventre $x_{V4} = 0{,}315$ m.

Alternativament:



3.2.

0,25 p $\omega = 2\pi f = 714\pi$ rad/s $= 2240$ rad/s i $A = 5 \cdot 10^{-4}$ m

Primera opció

0,25 p Equació del MHS:

$$x(t) = A\ sin(\omega t + \varphi_0)$$

0,25 p $x_0 = x(t=0) = A$.

$$A = A\ sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(1) = \pi/2 \text{ rad.}$$

Finalment l'equació del moviment és:

$x(t) = 5 \cdot 10^{-4}\ sin(2240\ t + \pi/2)$, x en m i t en s.

Alternativament:

0,25 p Equació del MHS:

$$x(t) = A\ cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,25 p $x_0 = x(t=0) = A$.

$$A = A\ cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcCos(1) = 0 \text{ rad}$$

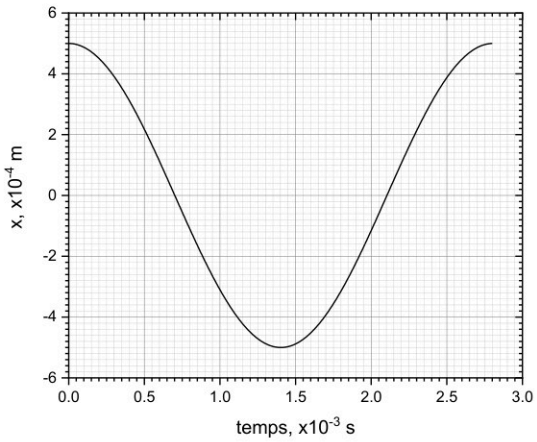
Finalment l'equació del moviment és:

$x(t) = 5 \cdot 10^{-4}\ cos(2240\ t)$, x en m i t en s.

0,2 p Per fer la representació gràfica primer calcularem el període

$$T = \frac{1}{f} = 2{,}80 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

0,3 p Representació gràfica amb títols, unitats i ben escalada:



4. PAU 2025 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 3 (Opció A)

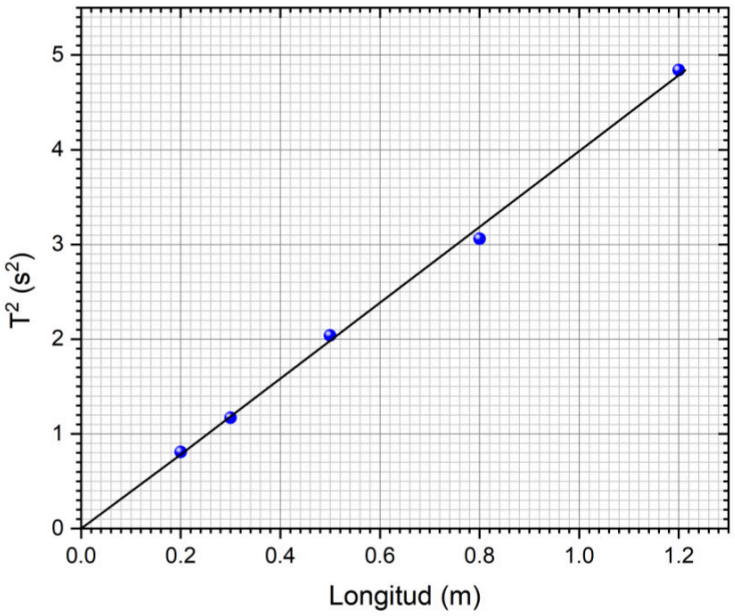
EXERCICI 3, opció 1

a)

0,15 p. Emplenar la taula:

Longitud L (m)	0,20	0,30	0,50	0,80	1,20
Període T (s)	0,90	1,08	1,43	1,75	2,20
T^2 (s^2)	0,81	1,17	2,04	3,06	4,84

0,5 p. Representació gràfica correctament escalada, amb títols i unitats:



0,3 p. A partir de l'expressió del període del pèndol, tenim:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L$$

Podem comprovar, doncs, que T^2 és proporcional a L, ja que $\frac{4\pi^2}{g}$ és constant, per tant, la representació de T^2 en funció de L ha de ser una recta que passa per l'origen.

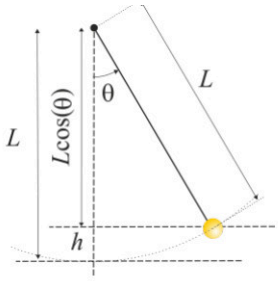
0,15 p. El pendent és aproximadament:

$$m = \frac{4{,}8}{1{,}2} = 4{,}00\ \text{s}^2/\text{m}$$

0,15 p. A partir de l'expressió anterior, sabem que el pendent és:

$$m = \frac{4\pi^2}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2}{4} = 9{,}87\ \text{m/s}^2$$

0,5 p. A partir de la representació, podem veure que l'alçària h és:



$$h = L(1 - \cos(\theta)) = 1(1 - \cos(30^o)) = 0{,}134 \text{ m}$$

I l'energia potencial és:

$$E_p = mgh = 1{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}134 = 1{,}97 \text{ J}$$

0,25 p. En aquest punt, la velocitat és nul·la; per tant, l'energia mecànica és:

$$E_m = E_c + E_p = 1{,}97 \text{ J}$$

0,25 p. Com que negligim el fregament, l'energia mecànica es conserva. En el punt més baix, $E_p = 0$; per tant, l'energia cinètica màxima és:

$$E_{c,max} = 1{,}97 \text{ J}$$

0,25 p. I la velocitat màxima és: $v = \sqrt{\frac{2\,E_{c,max}}{m}} = 1{,}62 \text{ m/s}$

Nota per als correctors: no s'ha de penalitzar l'estudiant que faci servir com a valor de *g* l'obtingut en l'apartat anterior.

5. PAU 2025 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3 (Opció B)

EXERCICI 3, opció 2

a)

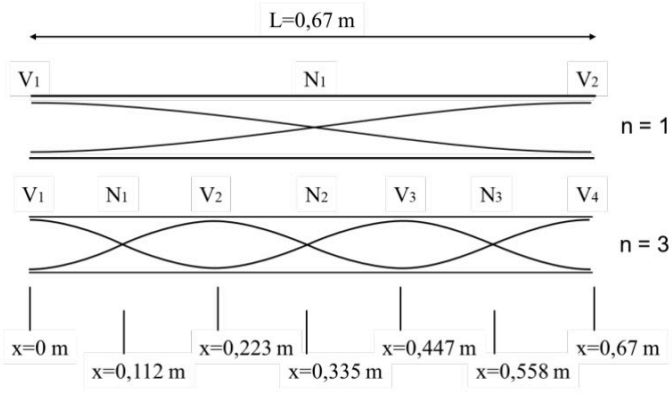
0,25 p. Ens diuen que la flauta travessera és un tub obert pels dos extrems. Les longituds ressonants seran: $\lambda_n=\frac{2\,L}{n}$ i utilitzant $\lambda \cdot f = v$; les freqüències ressonants seran $f_n=n\frac{v}{2\,L}=$ $n\frac{343}{2\cdot 0{,}67}=n\cdot 256$ Hz . Per tant, el primer harmònic serà f_1=256 Hz.

0,25 p. Igualment, per al tercer harmònic : f_3=$3\cdot 256\ Hz = 768$ Hz.

0,25 p. Tub amb els dos extrems oberts; té els ventres als extrems i la distància entre ventres de l'ona estacionària és mitja longitud d'ona, posició $x_V = n\frac{\lambda}{2}$. Els nodes entre ventres a mitja distància, $x_N = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$.

0,25 p. Per al primer harmònic: $\frac{\lambda_1}{2} = 0{,}67$ m; per tant: primer ventre: $x_{V1} = 0$; segon ventre: $x_{V2} = 0{,}67$ m , Node : $x_{N1} = 0{,}335$ m.

0,25 p. Per al tercer harmònic: $\frac{\lambda_3}{2} = 0{,}223$ m; per tant:
Primer ventre: $x_{V1} = 0$
Segon ventre: $x_{V2} = 0{,}223$ m
Tercer ventre: $x_{V3} = 0{,}447$ m
Quart ventre: $x_{V4} = 0{,}67$ m
Primer node : $x_{N1} = 0{,}112$ m
Segon node : $x_{N2} = 0{,}335$ m
Tercer node : $x_{N3} = 0{,}558$ m



b)

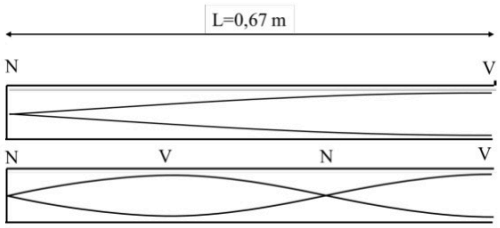
0,4 p. En el cas extrem tancat - extrem obert, la longitud d'ona de les ones estacionàries compleix $\lambda_n=\frac{4\,L}{n}$ i les seves freqüències corresponents són $f_n=\frac{v}{\lambda_n}=n\frac{v}{4\,L}$ amb n=1,3,5.

Per tant, el primer mode de vibració correspon a n=1 i té longitud d'ona: $\lambda_1=\frac{4\ 0{,}67}{1}=2{,}68$ m i freqüència $f_{n1}=\frac{343}{2{,}68}=128$ Hz.

0,35 p. El segon mode de vibració correspon a n=3 i té longitud d'ona: $\lambda_3=\frac{4\ 0{,}67}{3}=0{,}893$ m i freqüència $f_3=\frac{343}{0{,}893}=384$ Hz.

0,25 p. Dibuix del primer mode de vibració, harmònic fonamental.

0,25 p. Dibuix del segon mode de vibració.



6. PAU 2024 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 2

P2)

a)

0,15 p El so que arriba a cada persona és la interferència dels dos sons emesos. La intensitat serà màxima en el punt A quan tinguem interferència constructiva, és a dir quan la longitud d'ona i la diferència de camins tinguin una relació entera: $|d_2 - d_1| = 3{,}68 = n\lambda$ amb n enter.

0,10 p les freqüències corresponents seran: $f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{340}{3{,}68}\ Hz$.

0,25 p En el rang de 200 a 400 Hz aquestes freqüències són:

$277{,}17 Hz;\ 369{,}56\ Hz;$

0,15 p Perquè la persona B no pugui escoltar el senyal (l'escolti amb intensitat mínima) hem de tenir interferència destructiva en el punt B. En aquest cas la longitud d'ona i la diferència de camins han de tenir una relació semientera: $|d'_2 - d'_1| = 4{,}14 = (n + \frac{1}{2})\lambda$ amb n enter

0,10 p les freqüències corresponents seran: $f = \frac{v}{\lambda} = (n + \frac{1}{2})\frac{340}{4{,}14}\ Hz$.

0,5 p En el rang de 200 a 400 Hz aquestes freqüències són:

$205{,}31\ Hz;\ 287{,}44\ Hz;\ 369{,}56\ Hz;$

Observem que $f = 369{,}56\ Hz$ compleix les dues condicions.

b)

0,5 p A partir de la potència emesa i les distàncies, calculem la intensitat sonora generada per cada un dels altaveus que arriba al punt A:

$$I_1 = \frac{P}{4\pi d_1^2} = \frac{2{,}36 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 5^2} = 7{,}51 \cdot 10^{-6}\ W/m^2$$

$$I_2 = \frac{P}{4\pi d_2^2} = \frac{2{,}36 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 8{,}68^2} = 2{,}49 \cdot 10^{-6}\ W/m^2$$

0,25 p La intensitat total és la suma de les intensitats que ens arriben de cada altaveu: $I = I_1 + I_2 = 7{,}51 \cdot 10^{-6} + 2{,}49 \cdot 10^{-6} = 10^{-5}\ W/m^2$

0,5 p El nivell d'intensitat sonora percebut per la persona que es troba al punt A és:

$$\beta = 10log\frac{I}{I_0} = 10log\frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 70\ dB\ .$$

---

7. PAU 2024 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 7

P7)

a)

0, 10 p La freqüència d'oscil·lació és el nombre d'oscil·lacions per segon: $f = \frac{40\ oscil}{60\ s} = 0{,}667\ Hz$, i el període la seva inversa $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}667} = 1{,}5\ s$

0, 15 p La constant de la molla està relacionada amb la freqüència angular del moviment:

$k = m\omega^2 = m(2\pi f)^2 = 0{,}1 \cdot (\frac{2\pi}{1{,}5})^2 = 1{,}75\ N/m.$

0, 15 p Considerant que l'alumne escull l'equació del moviment : $y = A \cdot sin(\omega t + \varphi_o)$ o $y = A \cdot cos(\omega t + \varphi_o)$. La diferència entre la posició més alta i més baixa és 2A=0,15m, i per tant, A=0,075m. La freqüència angular és $\omega = 2\pi f = 4{,}19\ rad/s$.

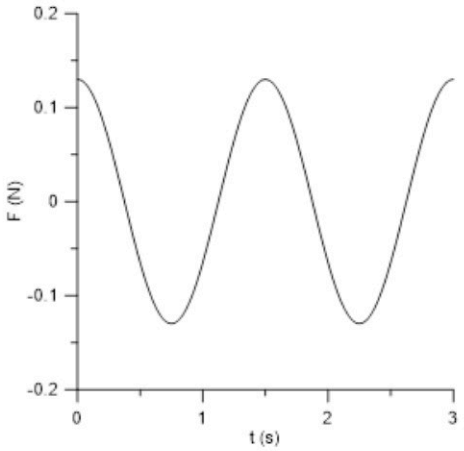
0, 10 p Inicialment (t=0) és a la posició més baixa: $-A = A \cdot sin(\varphi_o)$, per tant $\varphi_o = \frac{3\pi}{2}\ rad$ (o $\varphi_o = -\frac{\pi}{2}\ rad$) i ens queda: $y = 0.075 \cdot sin\left(4{,}19t + \frac{3\pi}{2}\right)\ m$ en què t és en segons i y en metres. Alternativament amb el cosinus : $-A = A \cdot cos(\varphi_o)$, per tant $\varphi_o = \pi\ rad$ i per tant: $y = 0.075 \cdot cos(4{,}19t + \pi)\ m$ o $y = -0.075 \cdot cos(4{,}19t)\ m$ o $y = -0.075 \cdot sin\left(4{,}19t + \frac{\pi}{2}\right)\ m$ o qualsevol altra d'equivalent.

També pot ser que l'alumne expressi que el sentit positiu de l'eix y és avall, obtenint les mateixes expressions canviades de signe.

0, 25 p Per representar la força elàstica $F(t) = -k \cdot y(t) = -1{,}75 \cdot 0.075 \cdot sin\left(4{,}19t + \frac{3\pi}{2}\right) N = -0{,}13 \cdot sin\left(4{,}19t + \frac{3\pi}{2}\right) N$ o alternativament

pot utilitzar altes expressions de y(t) obtenint $F(t) = 0.13 \cdot cos(4{,}19t)\ N$, ...

Les expressions de la posició i de la força donades han de ser coherents.



0, 5 p Dibuix. No especificar la magnitud resta 0,1; no especificar les unitats, resta 0,1, i no especificar els valors numèrics correctament als eixos resta 0,1.

b)

0, 5 p L'energia mecànica del moviment harmònic simple és

$$\mathrm{E}_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}1.75 \cdot 0{,}075^2 = 4{,}92 \cdot 10^{-3}\, J$$

0, 5 p I l'energia cinètica en funció de la posició la podem obtenir de

$\mathrm{Ec} = E_m - E_{pe} = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ i posant-hi valors:

$$\mathrm{Ec} = 0{,}875(0{,}075^2 - x^2) = 0{,}00492 - 0{,}875x^2.$$

0, 25 p La velocitat per a y=3cm, la podem trobar a partir de l'energia cinètica

$$\mathrm{Ec} = 0{,}875(0{,}075^2 - 0{,}03^2) = 4{,}13 \cdot 10^{-3}\, J$$

I la velocitat serà:

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}13 \cdot 10^{-3}}{0{,}1}} = \pm 0{,}288\, m/s$$

8. PAU 2024 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

P2)

a)

0,25 p. L'equació de la posició vertical és la component del vector posició de la massa respecte del centre del disc que podem escriure en funció de l'angle θ respecte de l'eix vertical *y*. L'angle augmenta linealment amb el temps i proporcionalment a la velocitat angular $\theta = \omega t + \varphi_0$. I, per tant: $y(t) = A\cos(\theta) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ o alternativament amb el sinus: $y(t) = Asin(\theta) = A\,\mathrm{sin}(\omega t + \varphi_0)$

0,25 p. Per escriure l'equació necessitem l'amplitud, que és el radi A=0,19 m, la velocitat angular ω =6,41 rad/s i la fase inicial l'obtenim de l'instant inicial t=0 en què la posició és -A

0,25 p. Càlcul de la posició:

Si es considera el sentit positiu cap amunt:

$y(0) = -A = A\cos(\varphi_0)$ i $-1 = \cos(\varphi_0), \varphi = \arccos(-1) = \pi\, rad$

I, per tant, $y(t) = 0{,}19\cos(6{,}41\, t + \pi)\, m$ i *t* en segons,

o també $y(t) = -0{,}19\cos(6{,}41\, t)\, m$ i *t* en segons.

Si es considera el sentit positiu cap avall:

$y(0) = A = A\cos(\varphi_0)$ i $1 = \cos(\varphi_0), \varphi = \arccos(1) = 0\, rad$

I, per tant, $y(t) = 0{,}19\cos(6{,}41\, t)\, m$ i *t* en segons,

o també $y(t) = -0{,}19\cos(6{,}41\, t + \pi)\, m$ i *t* en segons.

0,25 p. Les velocitats angulars de les dues masses són iguals; per tant, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ i $k = \omega^2 m = 6{,}41^2 \cdot 0{,}5 = 20{,}54\, N/m.$

0,25 p. L'energia mecànica és $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = 0{,}5 \cdot 20{,}54 \cdot 0{,}19^2 = 0{,}371\, J$

***b*)**

0,25 p. Càlcul de la velocitat:

Si es considera el sentit positiu cap amunt:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = -0{,}19 \cdot 6{,}41 \sin(6{,}41\ t + \pi) = -1{,}218 \sin(6{,}41\ t + \pi)\ m/s\text{i}$$

Si es considera el sentit positiu cap avall:

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = -0{,}19 \cdot 6{,}41 \sin(6{,}41\ t) = -1{,}218 \sin(6{,}41\ t)\ m/s$$

0,25 p. L'energia cinètica:

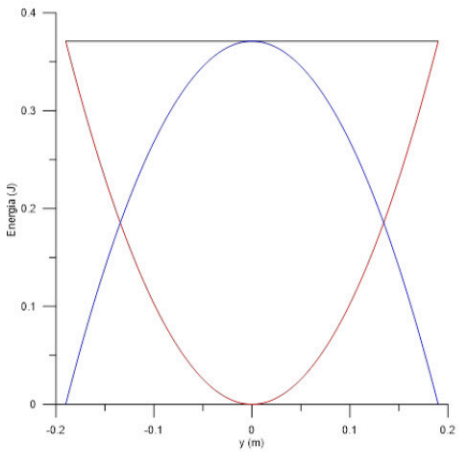
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 1{,}218^2\ sin^2(6{,}41\ t + \pi)\ = 0{,}371\ sin^2(6{,}41\ t + \pi)\ \ J$$

o bé $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 1{,}218^2\ sin^2(6{,}41\ t)\ = 0{,}371\ sin^2(6{,}41\ t)\ \ J$

Gràfica:

$E_m = 0{,}371\ J\ ,\quad E_p = \frac{1}{2}ky^2 = 10{,}27y^2\ J\ ,$

$E_c = E_m - E_p = 0{,}371 - 10{,}27y^2\ J$



0,25 p. Representació de l'Em

0,25 p. Representació de l'Ep

0,25 p. Representació de l'Ec

Si l'escalatge no és correcte, s'han de restar 0,25 punts.

9. PAU 2024 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 5

P5)

***a*)**

0,5 p. A partir del nivell d'intensitat sonora obtenim la intensitat de l'ona: $\beta = 10\log(\frac{I}{I_0})$, $100 = 10\log(\frac{I}{10^{-12}})$, $I = 10^{10} \cdot 10^{-12} = 10^{-2} W/m^2$.

0,5 p. La potència emesa pel petard suposant que el so es reparteix en una superfície esfèrica: $P = I \cdot 4\pi r^2 = 10^{-2} 4\pi \cdot 50^2 = 314{,}16\ W$.

0,25 p. L'energia sonora alliberada: $E = P \cdot t = 314{,}16 \cdot 0{,}03 = 9{,}42\ J$.

***b*)**

0,25 p. A partir del nivell d'intensitat sonora obtenim la intensitat de l'ona: $\beta = 10\log(\frac{I}{I_0})$, $90 = 10\log(\frac{I}{10^{-12}})$, $I = 10^{9} \cdot 10^{-12} = 10^{-3} W/m^2$.

Càlcul de l'alçada:

0,25 p. Els coets són iguals i, per tant, la potència emesa també. Es reparteix en una superfície esfèrica i obtenim la distància a la qual es trobava el petard utilitzant la mateixa relació:

$P = I \cdot 4\pi r^2$, $r^2 = \frac{P}{4\pi \cdot I} = \frac{314{,}16}{4\pi \cdot 10^{-3}} = 25000\ m^2$, $r = 158{,}11\ m$

0,25 p. Utilitzant el teorema de Pitàgores obtenim l'alçada a la qual esclata el coet:

$h = \sqrt{158{,}11^2 - 50^2} = 150\ m$

O alternativament:

0,5 p. Els coets són iguals i, per tant, la potència emesa també. Es reparteix en una superfície esfèrica i, per tant, entre les intensitats i les distàncies hi ha la relació següent:

$\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ per tant $\frac{10^{-3} W/m^2}{10^{-2} W/m^2} = 0{,}1 = \frac{50^2}{h^2 + 50^2}$ i per tant $h^2 + 50^2 = 10 \cdot 50^2$,

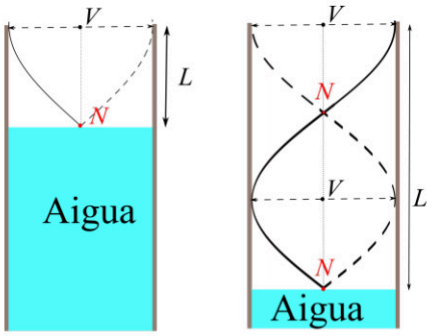
$h^2 = 9 \cdot 50^2$, $h = 3 \cdot 50 = 150m$

0,5 p. La intensitat sonora generada per dos coets pot ser calculada sabent que la potencia i la intensitat del so es doblaran. Per tant: $\beta = 10 \log\left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}}\right) = 93\ dB$.

10. PAU 2023 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3

P3)

a)



Harmònic fonamental

Tercer Harmònic

Si els nodes no estan ben identificats es restarà 0,2 p.

Si els ventres no estan ben identificats es restarà 0,2 p.

Si no s'identifica la primera ressonància com el primer harmònic es restarà 0,1 p.

Si no s'identifica la segona ressonància com el tercer harmònic es restarà 0,2 p.

No es restarà el fet que no escalin correctament la longitud L.

0,7 p

Podem comprovar que com que és un tub obert per un costat a la part superior tenim un ventre, per tant pel primer harmònic tenim:

$$L = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4L = 0{,}7720\ \text{m}$$

Pel tercer harmònic tenim

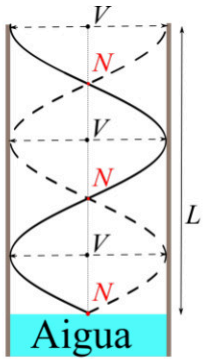
$$L = \frac{\lambda_3}{4} + \frac{\lambda_3}{2} = \frac{3\lambda_3}{4} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4}{3}L = 0{,}7733\ \text{m}$$

0,15 p

Podem comprovar que en els dos casos obtenim la mateixa longitud d'ona, la raó és que en ambdós casos la freqüència de l'ona ressonant és la mateixa, 442 Hz, la velocitat de propagació és la mateixa, *c,* llavors com la longitud d'ona també ha de ser la mateixa:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

0,2 p



Cinquè Harmònic

El cinquè harmònic és l'indicat a la figura

$$L = \frac{\lambda_5}{4} + \lambda_5 = \frac{5\lambda_5}{4} = \frac{5 \cdot 0{,}7727}{4} = 0{,}966\ \text{m}$$

Com a valor de longitud d'ona hem agafat el valor mitjà del primer i tercer harmònics, però es pot considerar vàlida la resposta amb el valor de λ_1 o λ_3.

0,2 p

b)

La velocitat del so és:

$$c = \lambda f = 0{,}7727 \cdot 442 = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

0,65 p

No variarà perquè l'ona que percebem és la que es propaga a través de l'aire, i per tant la velocitat de propagació en tots dos casos serà la mateixa, 340 m/s.

0,6 p

11. PAU 2023 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 5

P5)

a)

Atès que el període d'oscil·lació depèn de la massa i de la constant elàstica:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = k\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$$

A partir de la mesura del període i coneguda la constant elàstica podem determinar la massa d'un cos.

Encara més, si en lloc de comptar el temps per fer una oscil·lació complerta mesurem el temps que triga a fer un cert nombre d'oscil·lacions millorem la precisió amb què determinem el període i d'aquesta manera podem determinar amb més precisió la massa de l'objecte.

0,6 p

Com que el període només depèn de la massa i la constant elàstica, no depèn de la intensitat del camp gravitatori, la mesura es la mateixa a la Terra que a la Lluna.

De fet, a la Lluna serà una mica més precisa atès que no tenim l'efecte de la fricció amb l'aire.

0,65 p

b)

$$A = 0{,}06 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi f = 20\pi \text{ rad/s}$$

0,1 p

Primera opció

Equació del MHS:

$$x(t) = A\,\text{sin}(\omega t + \varphi_0)$$

0,1 p

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega\, cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p

llavors la velocitat màxima és:

$$v_{màx} = A\omega = 3{,}77\ \mathrm{m/s}$$

0,1 p

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2\, sin(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,2 p

llavors l'acceleració màxima és:

$$a_{màx} = A\omega^2 = 237\ \mathrm{m/s^2}$$

0,1 p

Si a t=0 l'acceleració és màxima, llavors *x* és mínima,

$$x(t = 0) = -A$$

$$-A = A\, sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(-1) = -\frac{\pi}{2}\mathrm{rad.}$$

0,2 p

Finalment, l'equació del moviment és:

$x(t) = 0{,}06sin(20\pi t - \pi/2)$, *x* en m i *t* en s.

0,25 p

Alternativament:

Equació del MHS:

$$x(t) = A\, cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,1 p

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega\, sin(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p

llavors la velocitat màxima és:

$$v_{màx} = A\omega = 3{,}77\ \mathrm{m/s}$$

0,1 p

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2\, cos(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,2 p

llavors l'acceleració màxima és:

$$a_{màx} = A\omega^2 = 237\ \mathrm{m/s^2}$$

0,1 p

Si a t=0 l'acceleració és màxima, llavors *x* és mínima,

$$x(t = 0) = -A$$

$$-A = A\, cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcCos(-1) = \pi\ \mathrm{rad}.$$

0,2 p

Finalment, l'equació del moviment és:

$$x(t) = 0{,}06cos(20\pi t + \pi),\ x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

0,25 p

12. PAU 2023 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3

P3)

a)

0,1 p.

La longitud d'ona és la distància mínima que separa dues crestes: $\lambda = 4$ m.

0,1 p.

La freqüència és el nombre de cicles que es produeixen per segon:

$$f = \frac{30 \text{ cicles}}{60 \text{ s}} = 0{,}50 \text{ Hz}.$$

0,2 p.

La velocitat de propagació de l'ona és: $v = \lambda f = 2{,}00$ m/s.

0,2 p.

La boia descriurà un MHS:

$$y(t) = A\,sin\,(\omega t + \varphi_0)$$

0,1 p.

La separació entre una cresta i una vall és dues vegades l'amplitud:

$$\text{A} = 0{,}20 \text{ m}.$$

0,1 p.

$$\omega = 2\pi f = \pi \text{ rad/s}$$

0,2 p.

$$A = A\,sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(1) = \pi/2 \text{ rad}.$$

0,25 p.

Així, l'equació del moviment de la boia és:

$y(t) = 0{,}2\,sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$, t en s, y en m.

Alternativament, es pot descriure l'MHS així: $x(t) = A\,cos(\omega t + \varphi_0)$. En aquest cas, $\varphi_0 = 0$ rad.

b)

0,5 p.

$v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = A\omega\, cos(\omega t + \varphi_0)$,

Llavors:

$v(t) = 0{,}628\ cos\left(\pi t\ + \frac{\pi}{2}\right)$, t en s, v en m/s.

Atès que el valor màxim de cosinus és 1:

$$v_{màx} = A\omega\ =\ 0{,}628 \text{ m/s}$$

0,25 p.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2\, sin(\omega t + \varphi_0) = -y(t)\omega^2$$

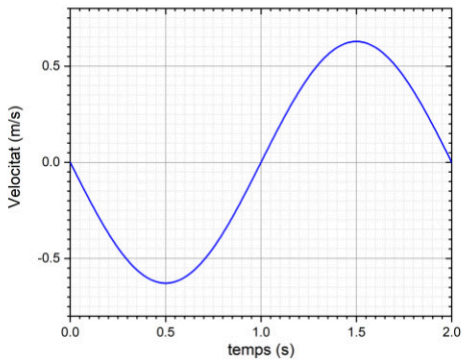
$$a(t) = -1{,}97\, sin\left(\pi t\ + \frac{\pi}{2}\right), \text{ t en s, a en m/s}^2.$$

Atès que el valor màxim de $-\, sin(\omega t + \varphi_0)$ és 1:

$$a_{màx} = A\omega^2\ =\ 1{,}97 \text{ m/s}^2$$

0,5 p.

Representació gràfica:



No incloure el títol en l'eix resta **0,1 p.**

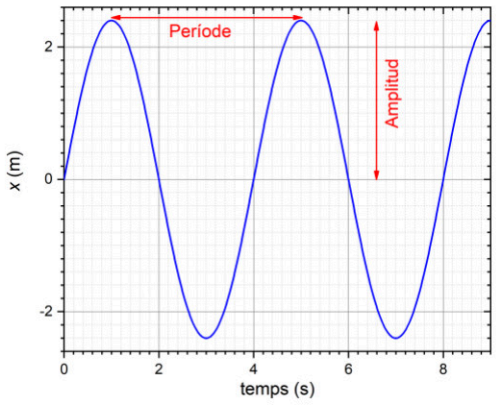
No incloure les unitats en l'eix resta **0,2 p.**

Si, en la representació, la fase inicial no es correspon amb la de l'equació deduïda resta **0,2 p.**

No escalar o representar correctament la gràfica serà qualificat amb un zero.

13. PAU 2023 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

P3)



a)

0,2 p

Del gràfic T = 4 s i A = 2,4 m.

0,2 p

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}\text{rad/s} = 1{,}57\text{ rad/s}$$

0,2 p

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2 = \frac{\pi^2}{2}\text{N/m} = 4{,}93\text{ N/m}$$

Primera opció

0,2 p

Equació del MHS:

$$x(t) = A\ sin(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p

Del gràfic $x_0 = x(t{=}0) = 0$ m.

$$0 = A\ sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(0) = 0\ o\ \pi\text{ rad.}$$

Per saber quina de les dues solucions és correcte calculem x(t=1 s) que segons el gràfic és 2,4 m

$$x(t = 1\text{ s}) = 2{,}4\ sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2{,}4\text{ m, correcte: } \varphi_0 = 0$$

$$x(t = 1\text{ s}) = 2{,}4\ sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi\right) = -2{,}4\text{ m , incorrecte, } \varphi_0 \text{ no és } \pi\text{ rad.}$$

0,25 p

Finalment l'equació del moviment és:

$$x(t) = 2{,}4sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)\text{, x en m i t en s.}$$

Alternativament:

0,2 p

Equació del MHS:

$$x(t) = A\,cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p

Del gràfic $x_0 = x(t{=}0) = 0$ m.

$$0 = A\,cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcCos(0) = \frac{\pi}{2}\text{ rad}\; o\; -\frac{\pi}{2}\text{ rad.}$$

Per saber quina de les dues solucions és correcte calculem x(t=1 s) que segons el gràfic és 2,4 m

$$x(t = 1\text{ s}) = 2{,}4\,cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = -2{,}4\text{ m, incorrecte, } \varphi_0 \text{ no és } \frac{\pi}{2}\text{ rad .}$$

$$x(t = 1\text{ s}) = 2{,}4\,cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = 2{,}4\text{ m , correcte: } \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}\text{ rad.}$$

0,25 p

Finalment l'equació del moviment és:

$$x(t) = 2{,}4\,cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right),\ x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

b)

Primera opció

0,25 p

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega\,cos(\omega t + \varphi_0) = 3{,}77\,cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \text{ v en m/s i t en s.}$$

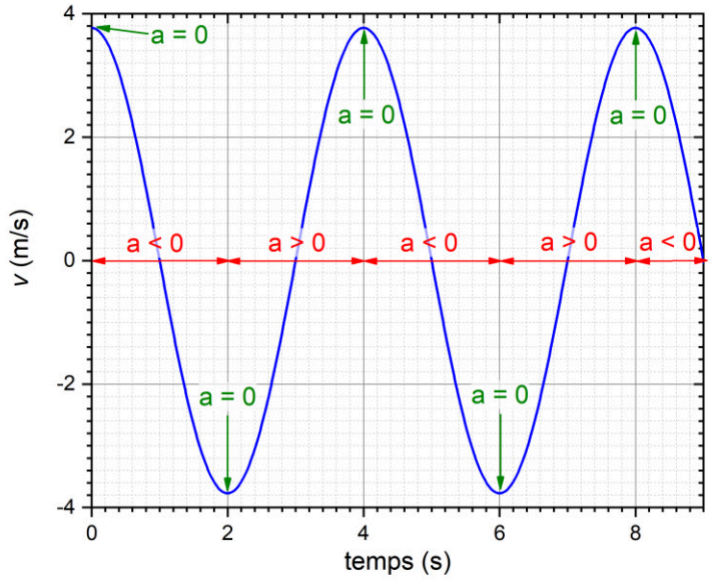
Alternativament:

0,25 p

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega\, sin(\omega t + \varphi_0) = -3{,}77\, sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ v en m/s i t en s.}$$

0,5 p

Representació de la gràfica v-t.



0,25 p

L'acceleració a un cert instant *t* és el pendent de la gràfica v-t. El pendent val zero en els màxims i mínims; per això a t=0 s, 2 s, 4 s, 6 s i 8 s valdrà zero.

0,25 p

Els intervals d'acceleració positiva, es donen quan el pendent de la gràfica és positiu, són de 2 s fins a 4 s i de 6 s fins a 8 s. A la resta de temps on l'acceleració no val zero, els pendents són negatius, i per això l'acceleració és negativa.

Alternativament:

0,2 p

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2\, sin(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,15 p

L'acceleració serà nul·la quan x =0, del gràfic *x*(*t*) això passa a t=0 s, 2 s, 4 s, 6 s i 8 s valdrà zero.

0,15 p

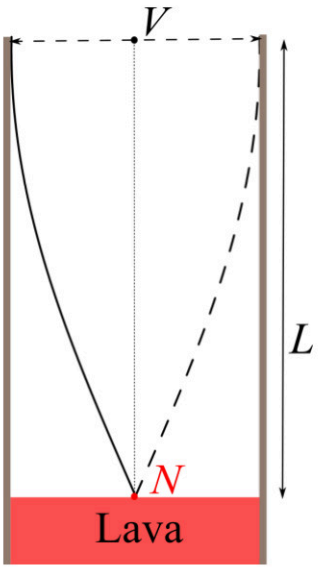
L'acceleració serà positiva quan x < 0, del gràfic *x*(*t*) això en els intervals de 2 s fins a 4 s i de 6 s fins a 8 s. A la resta de temps on l'acceleració no val zero, *x* > 0 i per això l'acceleració és negativa.

---

14. PAU 2022 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 3

P3)

a)



0,4 p $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{5{,}4} = 63{,}0 \text{ m}$

0,4 p Dibuix correcte, indicat el node en contacte amb la lava i el ventre i a l'extrem obert.

0,45 p $L = \frac{\lambda}{4} = \frac{63}{4} = 15{,}7 \text{ m}$

b)

Todoque: $\beta_1 = 72$ dB i $r_1 = 5{,}22 \times 10^3$ m

0,4 p Intensitat sonora a Todoque, I_1

$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta_1}{10} = \log \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow I_1 = I_0 10^{\beta_1/10} = 1{,}58 \times 10^{-5} \text{ W m}^{-2}$$

0,6 p Intensitat sonora a El Hierro, I_2

$$I = \frac{\text{Potència}}{\text{A}} \Rightarrow I_1 A_1 = I_2 A_2 \Rightarrow I_2 = I_1 \frac{A_1}{A_2} = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} = 1{,}58 \times 10^{-5} \frac{\left(5{,}22 \times 10^3\right)^2}{\left(92{,}3 \times 10^3\right)^2}$$

$$= 5{,}07 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$$

0,25 p $\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{5{,}07 \times 10^{-8}}{10^{-12}} = 47{,}0 \text{ dB}$

---

15. PAU 2022 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 3

P3)

a)

0,1 p La distància entre dos punts consecutius que estan en el mateix estat de vibració és la longitud d'ona: $\lambda = 0{,}20\ \text{m}$

0,1 p $v = \lambda f = 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}1\ \text{m/s}$

0,1 p La freqüència angular s'expressa com: $\omega = 2\pi f = \pi\ \text{rad/s} = 3{,}14\ \text{rad/s}$

0,1 p El nombre d'ona s'expressa com: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi\ \text{m}^{-1} = 31{,}4\ \text{m}^{-1}$

0,85 p L'equació d'ona s'expressa com: $y(x,t) = A \cdot sin[kx - \omega t + \varphi_0]$

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -A\omega \cdot cos[kx - \omega t + \varphi_0]$$

Condició inicial: $y(0{,}0) = 0 \Longrightarrow sin[\varphi_0] = 0 \Longrightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 0\ \text{rad} \\ \pi\ \text{rad} \end{cases}$

$$v(0{,}0) = -A\omega \cdot cos[\varphi_0] \Longrightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 0\ \text{rad}, v(0{,}0) < 0 \ \text{ no és la correcte} \\ \varphi_0 = \pi\ \text{rad}, v(0{,}0) > 0 \ \text{ és la correcte} \end{cases}$$

I, finalment:

$y(x,t) = 0{,}05 \cdot sin[10\pi x - \pi t + \pi]$ amb *y* i *x* en m i *t* en s.

També es pot expressar com: $y(x,t) = 0{,}05 \cdot sin[\pi t - 10\pi x]$ amb *y* i *x* en m i *t* en s.

Si no s'analitza la condició de posició inicial nul·la, cal restar **0,25 p**.

Si no s'analitza la condició de velocitat inicial positiva, cal restar **0,25 p**.

Alternativament: $y(x,t) = A \cdot cos[kx - \omega t + \varphi_0]$

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = A\omega \cdot sin[kx - \omega t + \varphi_0]$$

Condició inicial: $y(0{,}0) = 0 \Longrightarrow cos[\varphi_0] = 0 \Longrightarrow \varphi_0 = \begin{cases} \pi/2\ \text{rad} \\ -\pi/2\ \text{rad} \end{cases}$

$$v(0{,}0) = A\omega \cdot sin[\varphi_0] \Longrightarrow \begin{cases} \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}\,\text{rad}, v(0{,}0) > 0 \ \text{ és la correcte} \\ \varphi_0 = -\dfrac{\pi}{2}\,\text{rad}, v(0{,}0) < 0 \ \text{ no és la correcte} \end{cases}$$

I, finalment:

$y(x,t) = 0{,}05 \cdot cos[10\pi x - \pi t + \pi/2]$ amb y i x en m i t en s.

També es pot expressar com: $y(x,t) = 0{,}05 \cdot cos[\pi t - 10\pi x - \pi/2]$ amb y i x en m i t en s.

Encara que no estigui descrit en aquestes pautes, també s'han de considerar com a correctes resolucions basades en expressions vàlides de la fase del tipus: $\omega t - kx + \varphi_0$, $k(x - vt) + \varphi_0$, $2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \varphi_0$, ...

b)

0,35 p $v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -A\omega \cdot cos[kx - \omega t + \varphi_0]$

La velocitat és màxima en mòdul quan $cos[kx - \omega t + \varphi_0] = \pm 1$:

$$v_{màx} = A\omega = 0{,}05 \cdot \pi = 0{,}157 \text{ m/s}$$

0,3 p $a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -A\omega^2 \cdot sin[kx - \omega t + \varphi_0]$

L'acceleració és màxima en mòdul quan $sin[kx - \omega t + \varphi_0] = \pm 1$:

$$a_{màx} = A\omega^2 = 0{,}05 \cdot (\pi)^2 = 0{,}493 \text{ m/s}^2$$

A l'enunciat es demana que es determinin aquest valors a partir de l'equació d'ones, per tant, no es considerarà correcte que l'estudiant doni directament les expressions de la velocitat i l'acceleració, cal que els determini a partir de considerar la primera i la segona derivades.

0,3 p $v(0{,}58, 10) = -0{,}157 \cdot cos[10\pi \cdot 0{,}58 - \pi \cdot 10 + \pi] = 0{,}127 \text{ m/s}$

0,3 p $a(0{,}58, 10) = -0{,}493 \cdot sin[10\pi \cdot 0{,}58 - \pi \cdot 10 + \pi] = -0{,}290 \text{ m/s}^2$

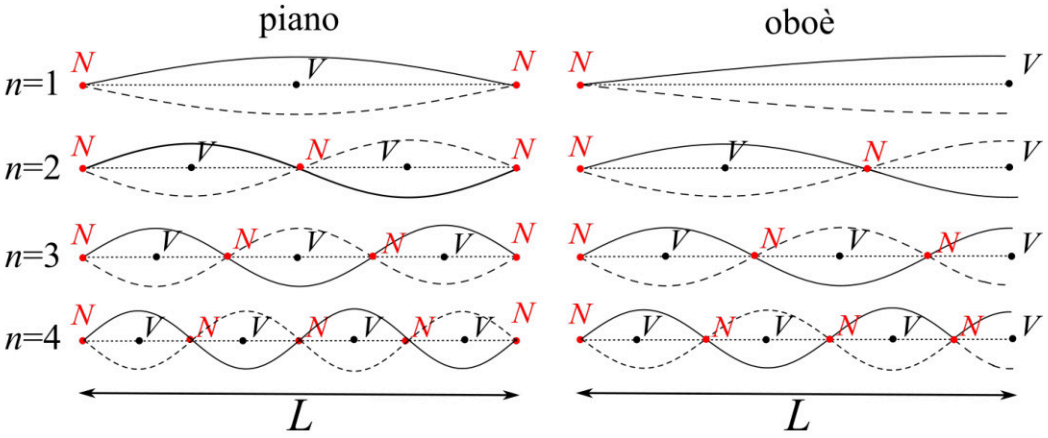
16. PAU 2022 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 7

P7)

a)

0,3 p Podem comprovar que la primera freqüència que apareix, l'harmònic fonamental, correspon a $f_1 = 440\ \text{Hz}$.

0,65 p Segons les condicions de frontera, les ones estacionàries són per a un piano i un oboè:



Podem comprovar, doncs, que per a un piano:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \Longrightarrow f = n\frac{v}{2L} = nf_1, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

I per a un oboè:

$$L = n\frac{\lambda}{4} \Longrightarrow f = n\frac{v}{4L} = nf_1, \qquad n = 1, 3, 5, \ldots$$

Si es tractés d'un piano, el segon harmònic seria: $f_2 = 2 \cdot 440 = 880\ \text{Hz}$, mentre que en un oboè no apareix el segon harmònic. El primer harmònic que apareix en un oboè és el tercer: $f_3 = 3 \cdot 440 = 1320\ \text{Hz}$.

A partir de l'espectre de Fourier veiem que la segona freqüència que apareix és 1320 Hz, per tant, l'espectre no pot correspondre a un piano, així la resposta és **oboè.**

0,3 p La freqüència fonamental per a un oboè és:

$$f_1 = \frac{v}{4L} \Longrightarrow L = \frac{v}{4f_1} = \frac{340}{4 \cdot 440} = 0{,}193\ \text{m}$$

b)

0,65 p Intensitat sonora que ens arriba de cada instruments I és,

$$\beta = 10 \log \frac{5I}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta}{10} = \log \frac{5I}{I_0} \Rightarrow I = \frac{I_0 10^{\beta/10}}{5} = 2{,}00 \times 10^{-5}\ \mathrm{W\,m^{-2}}$$

0,6 p

$$I = \frac{\text{Potència}}{\text{A}} \Rightarrow \text{Potència} = I\, 2\pi r^2 = 2{,}83 \times 10^{-4}\ \mathrm{W}$$

---

17. PAU 2022 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

P3)

a)

0,2 p El període s'expressa com:

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ i $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ llavors $T^2 = (2\pi)^2 \frac{m}{k}$

0,3 p Per tant, el pendent de la recta és $(2\pi)^2/k$, així podem determinar k per exemple a partir del pendent o d'un punt qualsevol, concretament si agafem el punt m = 1,2 kg i T^2 = 0,40 s^2, tenim:

$$\frac{0{,}4 - 0}{1{,}2 - 0} = \frac{1}{3} = \frac{(2\pi)^2}{k} \Rightarrow k = 118\ \mathrm{N/m}$$

0,25 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{118}{5}} = 4{,}86$ rad/s.

0,2 p $f = \frac{\omega}{2\pi} = 0{,}774$ Hz

0,3 p Atès que al precisió de la mesura del període és finita, com més llarg sigui el temps de mesura més precisa serà la lectura, l'error relatiu serà menor i per tant també serà menor l'error en la determinació del període. Com l'error relatiu serà 20 vegades més petit, la incertesa en al mesura del període serà 20 vegades més petita.

b)

$\omega = 4{,}86$ rad/s i $A = 0{,}15$ m.

Primera opció

0,2 p Equació del MHS:

$$x(t) = A\ sin(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p $x_0 = x(t{=}0) = A$.

$$A = A\ sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(1) = \pi/2 \text{ rad.}$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$x(t) = 0{,}15\ sin\left(4{,}86\ t + \frac{\pi}{2}\right)$, x en m i t en s.

Alternativament:

0,2 p Equació del MHS:

$$x(t) = A\ cos(\omega t + \varphi_0)$$

0,2 p $x_0 = x(t{=}0) = A$.

$$A = A\ cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcCos(1) = 0.$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$x(t) = 0{,}15\ cos(4{,}86t)$, x en m i t en s.

Primera opció

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega\ cos(\omega t)$$

0,3 p El mòdul de la velocitat és màxima quan $\omega t = 0\ o\ \pi$, radians, i això correspon a la posició d'equilibri $x = 0$ $\sin(0) = \sin(\pi) = 0$.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2\ sin(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,3 p En els punts en que $x = \pm A$ l'acceleració serà màxima (en valor absolut)

Alternativament:

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega\ sin(\omega t + \varphi_0)$$

0,3 p El mòdul de la velocitat és màxima quan $\omega t = \pi/2\ o - \pi/2$, radians, i això correspon a la posició d'equilibri $x = 0\ \cos(\pi/2) = \cos(-\pi/2) = 0$.

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -A\omega^2\ cos(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2$$

0,3 p En els punts en que $x = \pm A$ l'acceleració serà màxima (en valor absolut)

No cal que l'estudiant calculi les derivades temporals per determinar la velocitat i l'acceleració. També poden ser correctes altres justificacions basades en consideracions energètiques o en la segona llei de Newton.

18. PAU 2022 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 7

P7)

a)

0,5 p Com $\lambda = 0{,}136$ m i v = 340 m/s, el vector d'ones, la freqüència i la freqüència angular s'expressen com:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 46{,}2\ \text{m}^{-1}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda} = 2500\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 15710\ \text{rad/s}$$

0,75 p A partir de les relacions anteriors, podem expressar una ona harmònica que es propaga cap endavant de diferents maneres equivalents:

$$\psi(x,t) = I_0 sin\ k(x - vt)$$

$$\psi(x,t) = I_0 sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

$$\psi(x,t) = I_0 sin(kx - \omega t)$$

$$\psi(x,t) = I_0 sin 2\pi f\left(\frac{x}{v} - t\right)$$

Finalment obtenim:

$$A(x,t) = A_0 sin(46{,}2\ x - 15\ 710t),\ x \text{ en m i } t \text{ en s.}$$

b)

0,25 p percep un so més agut, un augment de la freqüència que està associat a l'efecte Doppler.

0,2 p L'explicació correcta és la segona: "L'aparent canvi de la freqüència és degut al moviment relatiu entre la font i l'observador"

0,2 p Es descarta la 1 perquè la ona sonora no canvia de freqüència, es tracta d'una apreciació i a més la font està en repòs.

0,2 p Es descarta la 3 perquè no canvia de longitud d'ona de la ona sonora.

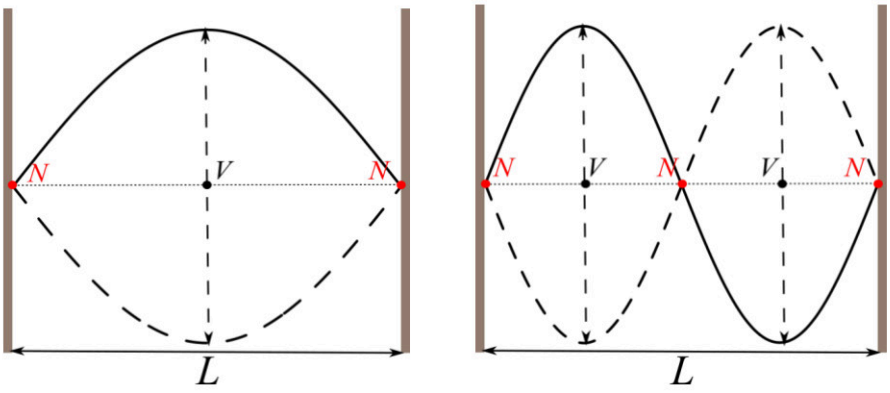
0,2 p Es descarta la 4 perquè no canvia de longitud d'ona de la ona sonora. A més, el que és rellevant és el moviment relatiu entre l'observador i la font.

0,2 p L'explicació 2 és la que descriu millor el fenomen. L'observador aprecia un canvi en la freqüència (aparent canvi en la freqüència) perquè el que distingeix l'oïda és la freqüència dels sons, com s'acosta a la font la separació temporal entre les crestes de la ona disminueix provocant aquest augment aparent de la freqüència. Per altra banda defineix molt bé el moviment, moviment relatiu; no determina que ni la font ni l'observador estan en repòs

19. PAU 2021 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 3

P3)

a)



0,6 p La longitud d'ona de l'harmònic fonamental és el doble de la longitud de la cavitat. Dins de la cavitat tenim mitja longitud d'ona (vegeu figura).

$$\lambda = 2L = 64\ \text{cm} = 0{,}64\ \text{m}$$

L'harmònic fonamental té dos nodes (extrems) i un ventre (al centre).

0,65 p En el cas del segon harmònic tenim tres nodes i dos ventres:

b)

0,65 p La freqüència no canvia encara que canviem de medi de transmissió $f = 196\ \text{Hz}$

0,6 p $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{196} = 1{,}73\ \text{m}$

20. PAU 2021 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 6

P6)

a)

0,3 p $\beta_i = 10\ log\frac{I}{I_0}$

0,4 p $\beta_f = 10\ log\frac{5\,I}{I_0}$

0,4 p $\Delta\beta = 10\left(log\frac{5\,I}{I_0} - log\frac{I}{I_0}\right) = 10(log5) = 6{,}99\ \text{dB}$ **0,15 p**

b)

1 p $76{,}98 = 10\log\frac{5\,I}{I_0} \Rightarrow I = \frac{10^{-12}}{5}10^{7{,}698} = 9{,}98\times10^{-6}\ \text{W/m}^2$ **0,25 p**

21. PAU 2021 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 3

P3)

a)

0,2 p A = 0,45-0,30=0,15 m.

0,2 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{300}{2}} = 12{,}2 \text{ rad/s}.$

0,2 p $T = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}513 \text{ s}$

Primera opció

0,2 p Equació del MHS: $x(t) = A\ sin(\omega t + \varphi_0)$

0,2 p Inicialment $x_0 = x(t{=}0)$ = A.

$$A = A\ sin(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcSin(1) = \pi/2 \text{ rad}.$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$x(t) = 0{,}15\ sin\left(12{,}2t + \frac{\pi}{2}\right)$, x en m i t en s.

Alternativament:

0,2 p Equació del MHS: $x(t) = A\ cos(\omega t + \varphi_0)$

0,2 p Inicialment $x_0 = x(t{=}0)$ = A.

$$A = A\ cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = ArcCos(1) = 0.$$

0,25 p Finalment l'equació del moviment és:

$x(t) = 0{,}15\ cos(12{,}2t)$, x en m i t en s.

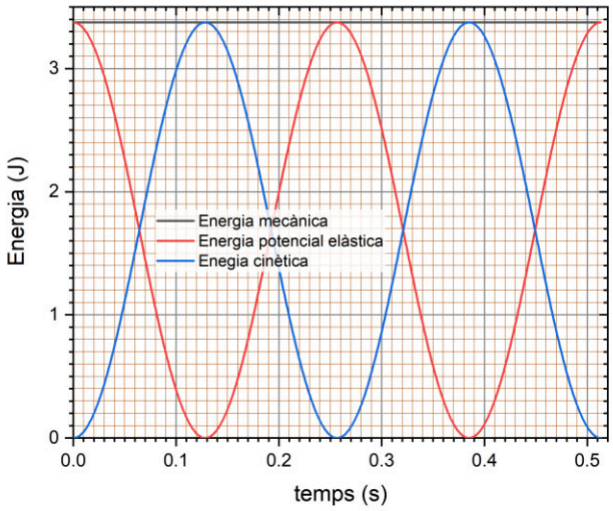
b)

0,25 p $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = 3{,}38$ J, constant atès que no hi ha dissipació d'energia

0,3 p $v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = A\omega\ cos(\omega t + \varphi_0) = 1{,}84\ cos(12{,}2t)$ v en m/s i t en s.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = 3{,}38\ cos^2(12{,}2t) \text{ J}$$

0,3 p $U_k = \frac{1}{2}kx^2 = 3{,}38\ sin^2(12{,}2t)$ J



0,2 p Escalat eixos correcte, corbes correctament representades

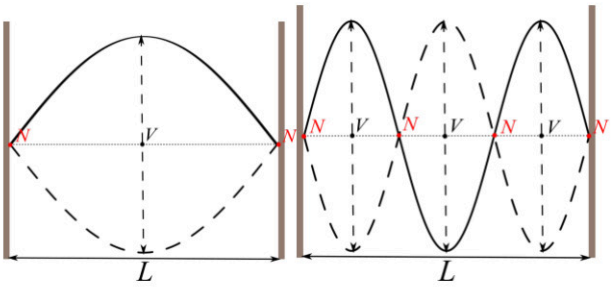
0,2 p Títols d'eixos amb unitats.

22. PAU 2021 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 7

P7)

a)

0,25 p Com que la corda està pinçada pels dos extrems, llavors tindrem un node a cada extrem:



Harmònic fonamental Tercer harmònic

0,1 p Per l'harmònic fonamental $\lambda = 2L = 0{,}65\ \text{m}$.

0,1 p Pel tercer harmònic $\lambda = \frac{2}{3}L = 0{,}217\ \text{m}$.

0,3 p La velocitat de propagació de l'ona és: $v = \lambda f = 0{,}65 \cdot 38{,}89 = 25{,}3\ \text{m/s}$

0,3 p Si mantenim la tensió constant, la velocitat de propagació no canvia:

$$v' = v = 25{,}3\ \text{m/s}.$$

0,1 p Per l'harmònic fonamental $\lambda' = 2L = 0{,}54\ \text{m}$.

0,1 p $v = \lambda' f' \Rightarrow f' = \frac{v}{\lambda'} = 46{,}8\ \text{Hz}$

Si en la representació l'estudiant ha comés l'error de no tenir en compte que la corda està pinçada pels dos extrems i, per tant, suposa que en un extrem tenim un node però que a l'altre extrem tenim un ventre, llavors en la resta de la resolució s'hauria d'indicar, per exemple, que l'harmònic fonamental és $\lambda = 4L$. És a dir, que la resolució del problema ha de ser consistent amb la representació gràfica del primer i tercer harmònic. Cal tenir present que només es pot penalitzar una vegada un error, per tant, si la resolució posterior és consistent amb l'error inicial, aquesta s'ha de considerar com a correcta.

b)

0,3 p $\beta = 10 \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta}{10} = \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 10^{\beta/10} = 10^{-9}\ \text{W m}^{-2}$

0,3 p $I = \frac{\text{Potència}}{\text{A}} \Rightarrow \text{Potència} = I \cdot A = 4\pi r^2 I = 6{,}65 \times 10^{-6}\ \text{W}$

0,2 p $P' = \frac{\text{Potència}}{2} = 3{,}32 \times 10^{-6}\ \text{W}$

$$I' = \frac{P'}{\mathrm{A}} = \frac{I'}{2} = 5{,}00 \times 10^{-10}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$$

0,45 p $\beta = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{5{,}00 \times 10^{-10}}{10^{-12}} = 27{,}0\ \mathrm{dB}$

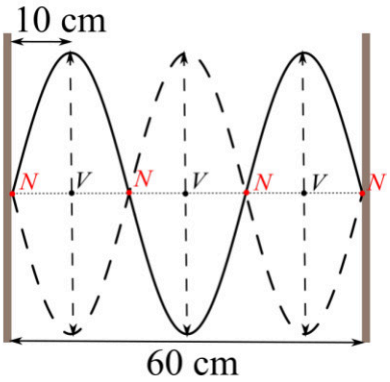
Alternativament

0,45 p $\beta = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{I/2}{I_0} = 10 \log \frac{I}{I_0} - 10 \log 2 = 30 - 3{,}0 = 27{,}0\ \mathrm{dB}$

23. PAU 2021 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3

P3)

a)



0,5 p Si té 4 nodes, llavors es tracta del tercer harmònic.

$$\lambda = \frac{2}{3}L = 40\ \text{cm} = 0{,}4\ \text{m}$$

També es pot raonar a partir del gràfic que a dins la cavitat hi han $1{,}5\ \lambda$, és a dir que: $L = 1{,}5\ \lambda$.

0,4 p $v = \lambda f = 0{,}4 \cdot 200 = 80\ \text{m/s}$

0,35 p $y(x,t) = A \cdot sinkx \cdot cos\omega t$

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -A\omega \cdot sinkx \cdot sin\omega t$$

Al centre de la corda: $A \cdot sinkx = 2\ \text{cm}$

Llavors la velocitat màxima és:

$$v_{max} = A\omega sinkx = A \cdot sinkx \cdot 2\pi f = 0{,}02 \cdot 2\pi \cdot 200 = 25{,}1\ \text{m/s}$$

Alternativament, també es pot argumentar que el moviment vertical en el centre de la corda és un MHS d'amplitud 2 cm, de manera que:

$$v_{max} = A\omega = A2\pi f = 0{,}02 \cdot 2\pi \cdot 200 = 25{,}1\ \text{m/s}$$

b)

0,65 p A 10 cm, com s'indica al dibuix, tenim un ventre de l'ona. Llavors, en aquest punt l'amplitud és 2,00 cm.

0,6 p A 20 cm estem a una distància $\lambda/2$ d'un node. Aleshores, ens trobem en un altre node i en aquest punt l'amplitud és de 0 cm.

---

24. PAU 2021 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 6

P6)

a)

0,25 p $T = \frac{30}{6} = 5{,}00$ s

0,25 p $f = \frac{1}{T} = 0{,}20$ Hz

0,25 p $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 1{,}26$ rad/s

0,5 p Si y és màxima quan t=0, llavors la fase inicial és 0 rad:

$y(t) = A\cos(\omega t) = 4\cos(1{,}26 \cdot t)$, y en metres i t en segons.

Ó si y és màxima quan t=0, llavors la fase inicial és $\pi/2$ rad:

$y(t) = A\sin(\omega t + \pi/2) = 4\sin(1{,}26 \cdot t + \pi/2)$, y en metres i t en segons.

b)

0,65 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Longrightarrow k = \omega^2 m = 94{,}7$ N/m

0,4 p al punt d'equilibri la suma de forces és zero,

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Longrightarrow mg = k\Delta l \Longrightarrow \Delta l = \frac{mg}{k}$$

0,1 p $\Delta l = \frac{mg}{k} = \frac{60 \cdot 9.81}{94{,}7} = 6{,}21$ m

0,1 p $l = l_0 + \Delta l = 30{,}0 + 6{,}21 = 36{,}21$ m

---

25. PAU 2020 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 3

P3)

a)

0,25 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

1 p

$$\left.\begin{aligned}\omega_{aranya+ins} &= \sqrt{\frac{k}{m_{aranya+ins}}}\\ \omega_{aranya} &= \sqrt{\frac{k}{m_{aranya}}}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\omega_{aranya+ins}}{\omega_{aranya}} = \frac{f_{aranya+ins}}{f_{aranya}} = \sqrt{\frac{m_{aranya}}{m_{aranya+ins}}}$$

$$\frac{m_{aranya}}{m_{aranya+ins}} = \left(\frac{f_{aranya+ins}}{f_{aranya}}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_{aranya}+m_{ins}}{m_{aranya}} = \left(\frac{f_{aranya}}{f_{aranya+ins}}\right)^2 = \left(\frac{12}{10}\right)^2 = 1{,}44$$

$$1 + \frac{m_{ins}}{m_{aranya}} = 1{,}44 \Rightarrow \frac{m_{ins}}{m_{aranya}} = 0{,}44 \Rightarrow m_{aranya} = \frac{m_{ins}}{0{,}44} = 2{,}27\ \text{g} = 2{,}27 \times 10^{-3}\text{kg}$$

b)

0,1 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2$

0,65 p $k = m\omega^2 = m_{aranya}\left(2\pi f_{aranya}\right)^2 = 2{,}27 \times 10^{-3}(2\pi 12)^2 = 12{,}9\ \text{N/m}$

Alternativament:

0,65 p $k = m\omega^2 = m_{aranya+ins}\left(2\pi f_{aranya+ins}\right)^2 = 3{,}27 \times 10^{-3}(2\pi 10)^2 = 12{,}9\ \text{N/m}$

0,25 p La màxima velocitat s'assoleix a la posició d'equilibri.

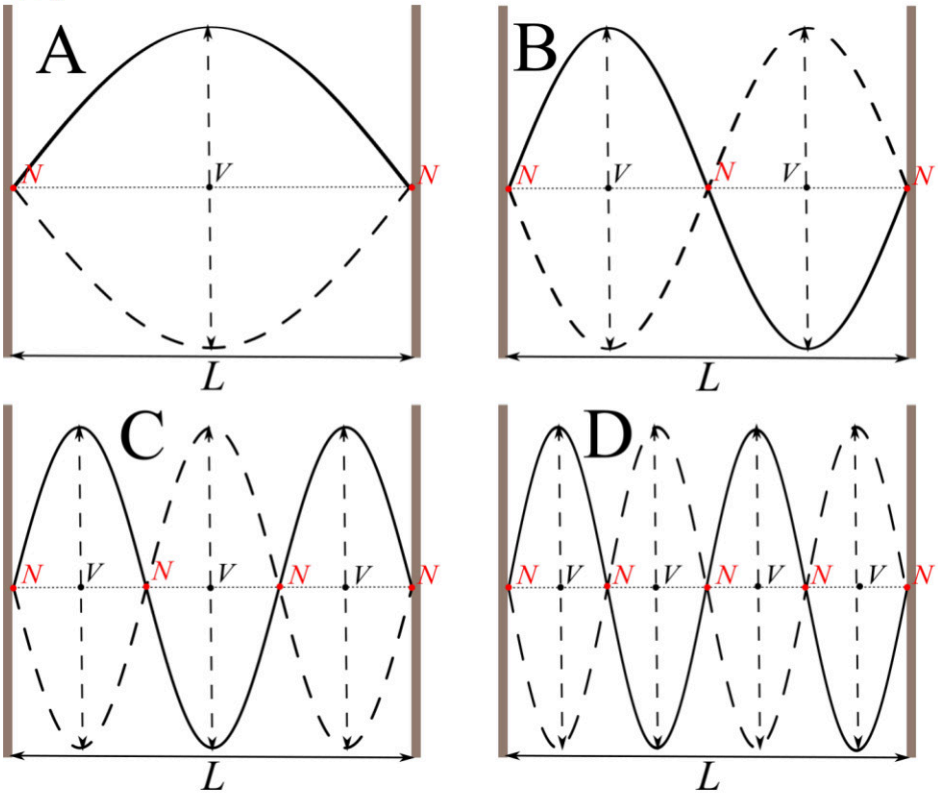
0,25 p La màxima acceleració s'assoleix a les posicions de màxima amplitud.

26. PAU 2020 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 7

P7)

a)

0,6 p



Si els nodes no estan ben identificats es restarà 0,2 p.
Si els ventres no estan ben identificats es restarà 0,2 p.

0,1 p $L = \frac{\lambda_A}{2} \Rightarrow \lambda_A = 2L = 0{,}800$ m

0,1 p $L = 2\frac{\lambda_B}{2} \Rightarrow \lambda_B = L = 0{,}400$ m

0,1 p $L = 3\frac{\lambda_C}{2} \Rightarrow \lambda_C = \frac{2}{3}L = 0{,}267$ m

0,1 p $L = 4\frac{\lambda_D}{2} \Rightarrow \lambda_D = \frac{1}{2}L = 0{,}200$ m

0,25 p $v = \frac{\lambda_A}{T} = \lambda_A \cdot f_A = 0{,}8 \cdot 120 = 96$ m/s

Aquest càlcul es pot fer amb qualsevol dels harmònics:

$$v = \lambda_B \cdot f_B = \lambda_C \cdot f_C = \lambda_D \cdot f_D = 96 \text{ m/s}$$

b)

0,65 p Si la longitud de la cavitat disminueix a la meitat, llavors les longituds d'ona també seran la meitat:

$\lambda_A = 2L = 0{,}400$ m, $\lambda_B = L = 0{,}200$ m, $\lambda_C = \frac{2}{3}L = 0{,}133$ m i $\lambda_D = \frac{1}{2}L = 0{,}100$ m.

0,6 p Com $v = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$, per tant les freqüències seran el doble:

$f_A = 240$ Hz, $f_B = 480$ Hz, $f_C = 720$ Hz i $f_D = 960$ Hz.

27. PAU 2020 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 1

P1)

a)

0,65 p $\lambda_{min} = \frac{v}{f} = \frac{340}{784} = 0{,}43$ m

0,6 p $\lambda_{màx} = \frac{v}{f} = \frac{340}{92{,}2} = 3{,}69$ m

b)

0,25 p $A = 4\pi r^2 = 4\pi 1000^2 = 1{,}26 \times 10^7$ m^2

0,5 p $I = \frac{\mathrm{N} \cdot I_{persona}}{\mathrm{A}} = \frac{350.000 \cdot 10^{-7}}{1{,}26 \times 10^7} = 2{,}78 \times 10^{-9}$ W/m^2

0,5 p $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{2{,}78 \times 10^{-9}}{10^{-12}} = 34{,}45$ dB

28. PAU 2020 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 1

P1)

a)

0,25 p $E = \frac{1}{2} k x^2$

0,4 p Es pot calcular la constant elàstica a partir de qualsevol punt de la corba, en particular busquem un punt allunyat de l'origen per tenir més resolució:

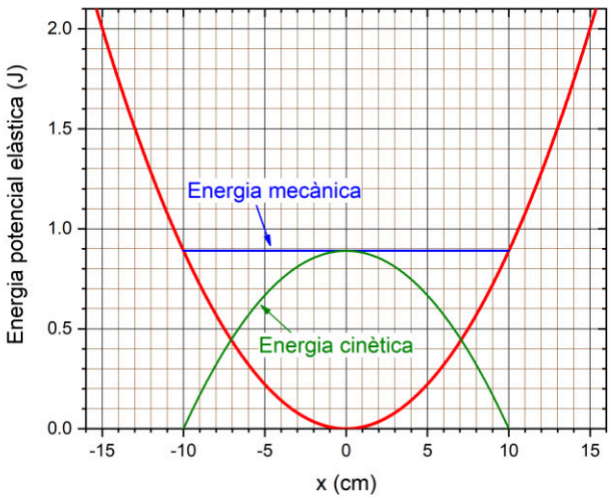
Per x = 15 cm, E=2 J $\Longrightarrow k = \frac{2E}{x^2} = \frac{2 \cdot 2{,}0}{0{,}15^2} = 178$ N/m

0,1 p $T = \frac{6{,}52}{10} = 0{,}652$ s

0,1 p $\omega = \frac{2\pi}{T} = 9{,}64$ rad/s

0,4 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Longrightarrow m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{178}{9{,}64^2} = 1{,}91$ kg

b)



0,25 p Cal que s'identifiqui en el gràfic l'energia total del sistema que està al voltant de 0,9 J

0,5 p Cal que s'estableixi que l'energia mecànica és constant.

0,5 p Cal que s'identifiqui que la suma de les energies cinètica i potencial és igual a l'energia mecànica.

29. PAU 2019 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 1 (Part comuna)

PART COMUNA

P1)

a)

$$U = \frac{1}{2}kx^2$$

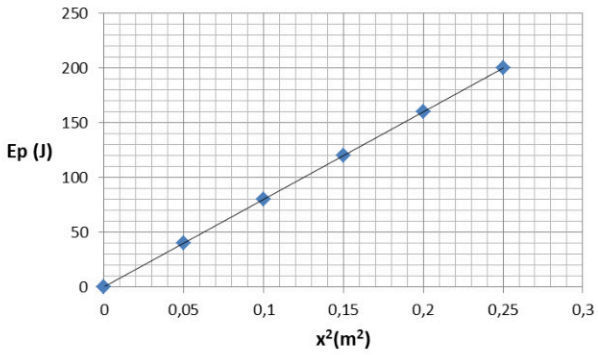
0,2 p El pendent de la recta equival a $\frac{1}{2}k$

$$Pendent = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta U}{\Delta x^2} = \frac{200}{0{,}25} = 800\ \mathrm{J/m^2}$$

0,2 p $Pendent = \frac{1}{2}k \Rightarrow k = 2 \times pendent = 1600\ \mathrm{N/m}$

0,2 p $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}0625}{1600}} = 0{,}039\ \mathrm{s}$$



0,4 p $E_{c,màx} = E = \frac{1}{2}kA^2$

$$E_{c,màx} = \frac{1}{2}1600 \cdot (0{,}6)^2 = 288\ \mathrm{J}$$

b)

0,4 p $\lambda = vT = 30 \times 0{,}039 = 1{,}1781\ \mathrm{m}$

$$\kappa = \frac{2\pi}{\lambda} = 5{,}33\ \mathrm{m^{-1}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}} = 160\ \mathrm{rad/s}$$

0,2 p $y(x,t) = A\ \mathrm{sin}\ (\omega t - \kappa x)$

(també és vàlida l'expressió amb el cosinus i expressions equivalents de l'equació d'ona en funció de T, λ, ...)

0,4 p $y(x,t) = 0{,}6\ \mathrm{sin}\ (160\ t - 5{,}33\ x)$, *x* en m i *t* en s.

30. PAU 2019 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3 (Opció A)

OPCIÓ A

P3)

a)

0,1 p $T = \frac{62{,}8}{20} = 3{,}14$ s

0,3 p $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2$ rad/s

0,4 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Longrightarrow m_T = \frac{k}{\omega^2} = \frac{320}{4} = 80$ kg

0,2 p $m = m_T - 2 = 78$ kg

b)

0,1 p $T = \frac{121}{20} = 6{,}05$ s

0,3 p $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Longrightarrow g = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 L = \left(\frac{2\pi}{6{,}05}\right)^2 1{,}5 = 1{,}62$ m/s^2

Intensitat del camp gravitatori a la lluna:

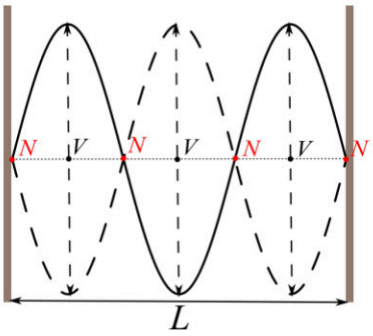
0,4 p $g = G\frac{M_{Lluna}}{R^2_{Lluna}} \Rightarrow M_{Lluna} = g\frac{R^2_{Lluna}}{G} = 1{,}62\frac{(1{,}737\times10^6)^2}{6{,}67\times10^{-11}} = 7{,}32\ \times 10^{22}$kg **0,2 p**

31. PAU 2019 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4 (Opció B)

P4)

a)

0,4 p Cal identificar 3 ventres i 4 nodes. Si manquen els dos nodes dels extrems es restarà 0,1 p.



0,3 p Del gràfic: $L = 1{,}5\lambda \Rightarrow \lambda = 0{,}467$ m

Alternativament, la longitud d'ona de l'harmònic *n* és:

$$\lambda = \frac{2}{n}L$$

Per tant, per al tercer harmònic:

$$\lambda = \frac{2}{3}L = 0{,}467 \text{ m}$$

0,3 p Del gràfic, la distància entre nodes consecutius és $\frac{1}{3}L = 0{,}233$ m

O, també, es pot justificar com que és $\frac{\lambda}{2} = 0{,}233$ m

b)

0,4 p $f = \frac{v}{\lambda} = 660$ Hz

0,3 p $T = \frac{1}{f} = 1{,}51 \times 10^{-3}$ s

0,3 p D'altra banda, el temps que triga un ventre a passar del seu valor màxim al mínim és mig període: $\Delta t = \frac{T}{2} = 7{,}58 \times 10^{-4}$ s

32. PAU 2019 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1 (Part comuna)

P1)

a)

0,4 p $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

0,2 p $\omega_{\text{braç}} = 2\pi f_{\text{braç}} = 2\pi \times 2{,}00 \times 10^{15} = 4\pi \times 10^{15} \text{rad s}^{-1}$

0,4 p $k = m_{\text{braç}} \omega_{\text{braç}}^2 = 2{,}10 \times 10^{-19} \times \left(4\pi \times 10^{15}\right) = 3{,}32 \times 10^{13} \text{ N m}^{-1}$

b)

0,2 p $\omega_{\text{braç+virus}} = 2\pi f_{\text{braç+virus}} = 2\pi \times 2{,}87 \times 10^{14} = 5{,}74\pi \times 10^{14} \text{ rad s}^{-1}$

0,3 p $k = \left(m_{\text{braç}} + m_{\text{virus}}\right) \omega_{\text{braç+virus}}^2$

0,4 p $m_{\text{braç}} + m_{\text{virus}} = \frac{k}{\omega_{\text{braç+virus}}^2} = \frac{3{,}32 \times 10^{13}}{\left(5{,}74\pi \times 10^{14}\right)^2} = 1{,}02 \times 10^{-17} \text{ kg}$

0,1 p

$m_{\text{virus}} = 1{,}02 \times 10^{-17} - m_{\text{braç}} = 1{,}02 \times 10^{-17} - 2{,}10 \times 10^{-19} = 9{,}99 \times 10^{-18} \text{kg}$

33. PAU 2018 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 2 (Part comuna)

P2)

a)

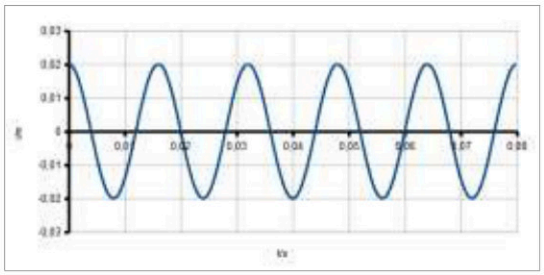
0,1 p $A = 0{,}02m$

0,2 p $T = \frac{0{,}04s}{5} = 0{,}008s \Rightarrow f = \frac{1}{T} = 125s^{-1}$

0,1 p $x(t) = A\cos\left(2\pi ft + \theta_0\right)$

0,2 p $x(t) = 0{,}02m\cos\left(250\pi \frac{rad}{s} t\right)$ o bé: $x(t) = 0{,}02m\sin\left(250\pi \frac{rad}{s} t + \frac{\pi}{2} rad\right)$

0,2 p



0,2 p Ara, $f' = 62{,}5s^{-1}$; $T' = \frac{1}{62{,}5} = 0{,}016s$

b)

0,3 p **b1)** Ni la freqüència ni la longitud d'ona canviaran.

0,3 p **b2)** La freqüència no canviarà, però la longitud d'ona augmentarà.

0,4 p **b3)** Percebrem una freqüència major, i la longitud d'ona (distància entre fronts successius) disminuirà.

34. PAU 2018 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4 (Opció A)

P4)

a)

0.1 p L'equació del moviment serà de la forma: $y(t) = A\cos(\omega t + \phi)$

0.2 p Segons l'enunciat, el desplaçament total del vaixell és de 2 m i, per tant, l'amplitud del moviment és A=1 m i $\frac{T}{2} = 6{,}28\,s \Rightarrow T = 12{,}56s$ (*)

0.2 p La freqüència angular (pulsació) és:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12{,}56} = 0{,}50\,rad\,s^{-1}$$

0.2 p Segons l'enunciat, y(t=0) = A = 1 m

0.3 p Així, l'equació del moviment del vaixell és: $y(t) = 1 \cdot \cos(0{,}50t)\ \ (m)$ o

$$y(t) = 1 \cdot \sin\left(0{,}50t + \frac{\pi}{2}\right)\ \ (m)$$

b) **1 p**

$$Si\ y = A \text{ en t} = 0 \begin{cases} v = 0 \quad m\,s^{-1} \\ a = -A\omega^2 = -0{,}25\,ms^{-2} \end{cases}$$

o fer les derivades de la posició.

(*) l'enunciat podria prestar-se a una doble lectura i per tant es donarà com a vàlid interpretar que el període és 6.28 s.

35. PAU 2018 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4 (Opció B)

P4)

a)

0.2 p $L_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0}$

0.4 p $I_1 = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow I_1 = \frac{2{,}00\times10^{-3}}{4\pi(5{,}00)^2} = 6{,}37\times10^{-6}\,Wm^{-2}$

0.4 p $L_1 = 10\log\frac{6{,}37\cdot10^{-6}}{1{,}00\times10^{-12}} = 68{,}0dB$

b) $I_2 = 2I_1$

0.8 p $L_2 = 10\log\frac{I_2}{I_0} = 10\log\frac{2I_1}{I_0} = 10\log2 + 10\log\frac{I_1}{I_0} = 10\log2 + L_1$

0.2 p $L_2 = 71{,}0dB$

o $P = 4\text{ mW} \rightarrow I_2 = 1{,}27\times10^{-5}\text{ Wm}^{-2} \rightarrow L_2 = 71{,}0\text{ dB}$

36. PAU 2018 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3 (Opció A)

OPCIÓ A

P3)

a)

0.2 p $F = -k\Delta x$

0,1 p $k = \dfrac{8}{4\times10^{-2}} = 200 Nm^{-1}$

0.1 p $F = ma$

0.1 p $-kx = ma$

0.2 p $-kx = m\omega^2 x \rightarrow k = m\omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

0.3 p $\left.\begin{array}{l} \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \\ T = \dfrac{2\pi}{\omega} \end{array}\right\} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{0,3}{200}} = 0,24 s$

b)

0.2 p $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

0.2 p $v(t) = \dfrac{dx}{dt} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$

0.2 p $a(t) = \dfrac{dv}{dt} = -\underbrace{A\omega^2}_{a_{max}}\cos(\omega t + \varphi_0) \rightarrow a(t) = -\omega^2 x(t);\ a_{max} = A\omega^2$

0.4 p $a_{max} = A\omega^2 = 4\times10^{-2}\dfrac{200}{0,3} = 26,7 ms^{-2}$

37. PAU 2018 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3 (Opció B)

OPCIÓ B

P3
a)

0.3 p Es un so complex ja que l'espectre mostra que esta format per la superposició de sons de moltes freqüències diferents.

0.4 p El pic que correspon a la freqüència fonamental es el **pic A** , que deu tenir una freqüència, comparant-lo amb el pic B que es el segon harmònic, de $\frac{880}{2} = $ **440 Hz**.

0.3 p Els diferents pics tenen freqüències $f_n = n \cdot f_0 = n \cdot 440\ s^{-1}$. El pic I seria el 9è, així que $f_9 = 9 \cdot 440 =$ **3960 Hz.**

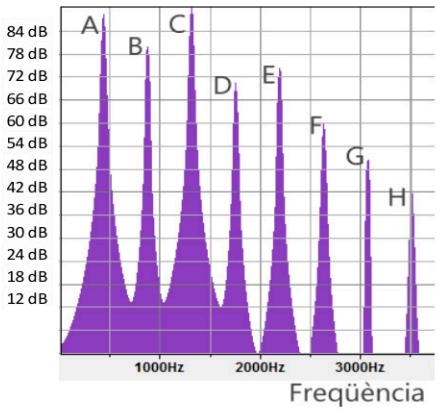
b)

0.2 p $L = 10 \log \frac{I}{I_0}$

0,2 p $I = I_0 10^{\frac{L}{10}}$

0,4 p

$$\left.\begin{array}{l} I_C = I_0 \cdot 10^{8,7} \\ I_F = I_0 \cdot 10^{6} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{I_C}{I_F} = \frac{I_0 \cdot 10^{8,7}}{I_0 \cdot 10^{6}} = 501{,}2 \approx 500$$



0,2 p El pic C te una intensitat sonora aproximadament 500 vegades major que el pic F.

38. PAU 2017 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 2 (Part comuna)

P2)

a)

L'onada a l'estadi seria una ona mecànica **(0.2 p)** (necessita d'un medi per propagar-se), transversal **(0.2 p)** (el sentit d'oscil·lació i de propagació són perpendiculars) i bidimensional (si considerem que la grada és un pla).

La longitud d'ona és λ = 50 m **(0.2 p)** (distància entre dos punts que es mouen exactament igual) i la seva pulsació és: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} = 0{,}2\pi = 0{,}63 rad/s$ **(0.4 p)**

b)

Si l'espectador descriu un moviment harmònic simple, l'equació del moviment es pot escriure de la forma: $y(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ **(0.2 p)** on:

- *A* és l'amplitud del moviment
- ω és la freqüència angular i
- φ_0 és la fase inicial

Segons les dades de l'enunciat, determinem les constants:

0.2 p $A = \frac{1}{2} = 0.5m$

0.2 p $y(t=0) = -A = -0{,}5m$

0.2 p $y(t=0) = A\sin\varphi_0 = -A \Rightarrow \sin\varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} rad$

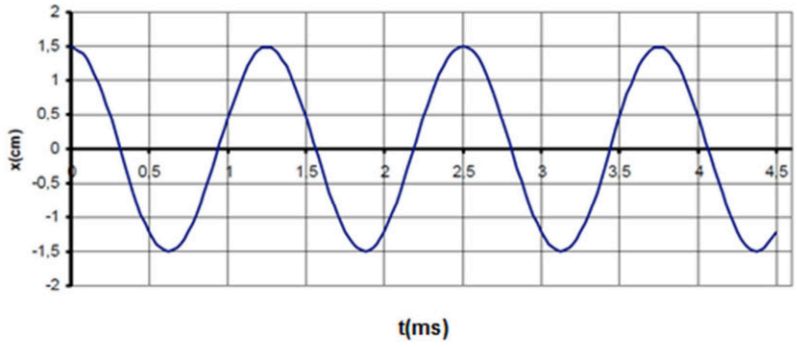
0.2 p $y(t) = 0{,}5\,m \cdot \sin\left(0{,}2\pi \frac{rad}{s} \cdot t - \frac{\pi}{2} rad\right)$

Si escriuen l'equació com un cosinus és correcte i només canvia la fase inicial que seria $\pm\pi$

39. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3 (Opció A)

OPCIÓ A

P3)



a)

Del gràfic es pot extraure: T=1,25 ms **(0.1 p)**, A =1.5 cm **(0.1 p)**

0.1 p $f = \frac{1}{T} = 800 s^{-1}$

0.1 p $v = \lambda f = 160 \text{ ms}^{-1}$

0.2 p $y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

Si s'usa la funció cosinus, $\varphi_0 = 0$. Si s'usa la funció sinus, aleshores

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} rad$ o bé $\varphi_0 = -\frac{3\pi}{2} rad$.

0.1 p $\omega = 2\pi f = 1600\pi \; rad/s$

0.1 p $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 10\pi \; rad/m$

0.2 p $y(x,t) = 1.5cm\cos\left(1600\pi \frac{rad}{s} t - 10\pi \frac{rad}{m} x\right)$

També serien vàlides expressions equivalents (amb sinus, amb *A* en metres, traient el π factor comú, escrivint ω = 5027 rad/s i *k* = 31,4 rad/m, etc.

b)

0.4 p $v_y(x,t) = \frac{dy}{dt} = -A\omega\sin(\omega t - kx + \varphi_0)$

0.6 p Quan el valor de la fase $(\omega t - kx + \varphi_0)$ va prenent tots els valors possibles, el seu sinus varia entre -1 i + 1. El valor màxim de la velocitat és Aω .

40. PAU 2017 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3 (Opció B)

OPCIÓ B

P3)

a)

0.1 p $y(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$

0.2 p $A = \dfrac{15\times10^{-3}}{2} = 7{,}5\times10^{-3}\,m$

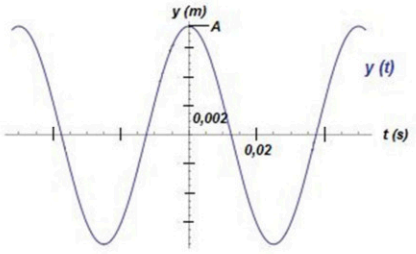
0.2 p $\omega = 2\pi f = 2\pi\dfrac{1200}{60} = 40\pi\ rad/s$

0.2 p $y(0) = A\sin\varphi_0 = A \rightarrow \sin\varphi_0 = 1 \rightarrow \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}rad$

0.1 p $y(t) = 7{,}5\times10^{-3}\,m\cdot\sin\left(40\pi\dfrac{rad}{s}t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

També serà vàlida l'expressió amb cosinus $(\varphi_0 = 0)$

0.2 p



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{40\pi} = 0{,}05\,s$$

b)

0.4p

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = A\omega\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

El valor màxim de la velocitat s'obté quan el cosinus val 1 i el de l'acceleració quan el sinus és -1.

0.3 p $v_{max} = A\omega = 7{,}5\times10^{-3}\cdot40\pi = 0{,}94\,ms^{-1}$

0.3 p $a_{max} = A\omega^2 = 7{,}5\times10^{-3}\cdot(40\pi)^2 = 118\,ms^{-2}$

No és necessària la demostració dels valors màxims

41. PAU 2017 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 2 (Part comuna)

P2)

a)

0.2 p $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{9}{4} = 2{,}25m$

0.4 p
$$\begin{cases} y(x,t) A\sin(\omega t - kx + \phi_0) \\ \phi_0 = 0 \\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} rad/s \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{9} m^{-1} \end{cases}$$

0.4 p $y(x,t) = 0{,}3m \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{9}x\right)$

b)

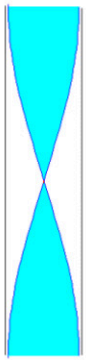
0.5 p $\Delta\phi = \left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{9}x_2\right) - \left(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{9}x_1\right) =$

0.5 p $= \frac{2\pi}{9}(x_1 - x_2) = \frac{2\pi}{9}4 = \frac{8\pi}{9} rad$

42. PAU 2016 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 3 (Opció A)

OPCIÓ A

P3)



a)

0.2 p $l = \frac{\lambda}{2}$

0.2 p $\lambda_0 = 2l = 2{,}0m$

0.2 p $v_0 = \lambda f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{v_0}{\lambda_0} = \frac{343{,}0}{2{,}0} = 171{,}5Hz$

0.2 p Les freqüències permeses són: $f_n(Hz) = nf_0 = n \cdot 171{,}5$ on n =1, 2, 3...

0.2 p Les longituds d'ona permeses són: $\lambda_0(m) = \frac{2l}{n} = \frac{2{,}0}{n}$ on n =1, 2, 3...

b)

0.5 p Les freqüències permeses són: $f_n' = nf_0' = n\frac{v_{He}}{\lambda_0}$

0.5 p $f_n'(Hz) = n\frac{975{,}0}{2{,}0} = n \cdot 487{,}5$ on n = 1, 2, 3...

43. PAU 2016 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 3 (Opció B)

OPCIÓ B

P3)

a)

0.5 p $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{0{,}50}{0{,}10} = 5{,}0 m$

0.5 p $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0{,}4\,\pi\ m^{-1}$

b)

$y(x,t) = 3{,}00 m \cdot \sin(kx - \omega t)$

0.2 p $\omega = 2\pi f = 2\pi 0{,}10 = 0{,}2\pi\ rad/s$

0.8 p $y(x,t) = 3{,}00 m \cdot \sin(0{,}4\pi x - 0{,}2\pi t) = 3{,}00 m \cdot \sin[0{,}2\pi(2x - t)]$

44. PAU 2016 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2 (Part comuna)

P2)

a)

0.2 p

$$f_A = \frac{1}{T_A} = \frac{1}{1} = 1Hz \rightarrow \omega_A = 2\pi f_A = 2\pi rad/s$$

$$f_B = 2f_A = 2Hz \rightarrow \omega_B = 2\pi f_B = 4\pi rad/s$$

0.2 p

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k}{m_A}} \Rightarrow k = \omega_A^2 m_A = (2\pi)^2 \times 0{,}1 = 4\pi^2 \times 0{,}1 = 0.4\pi^2 N/m$$

0.6 p

$$\omega_B = \sqrt{\frac{k}{m_B}} \Rightarrow m_B = \frac{k}{\omega_B^2} = \frac{0.4\pi^2}{(4\pi)^2} = 0{,}025kg = 25g$$

També és vàlid:

0.8 p

$$\frac{\omega_A^2}{\omega_B^2} = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow m_B = m_A \frac{\omega_A^2}{\omega_B^2} = \frac{(2\pi)^2}{(4\pi)^2} \times 0.1 = 0.025kg = 25g$$

b)

0.2 p

$$v_{A,\max} = A\omega_A = 0{,}05 \times 2\pi = 0{,}31m/s$$

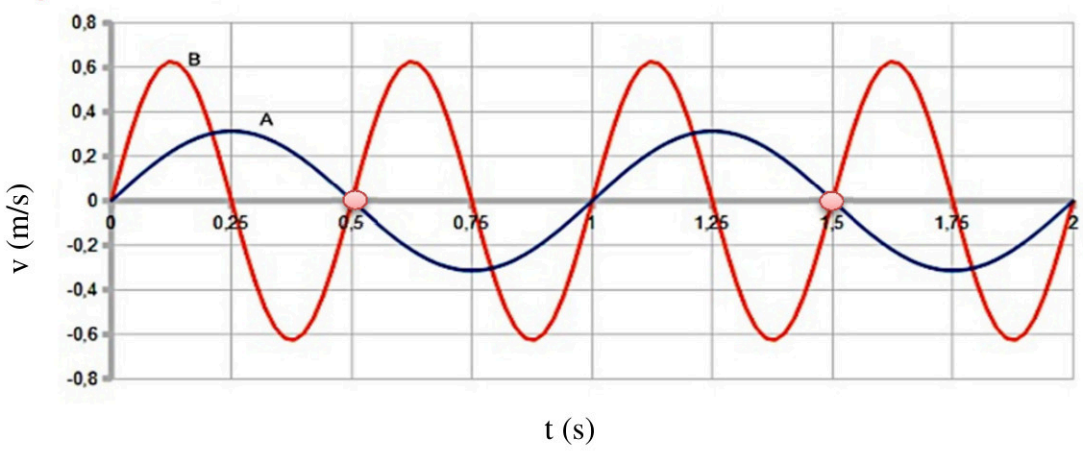
$$v_{B,\max} = A\omega_B = 0{,}05 \times 4\pi = 0{,}63m/s$$

0.2 p

$$\text{Si } f_B = 2f_A \Rightarrow T_B = 0.5s$$

$$T_A = 1\ s$$

0.6 p



El gràfic es construeix atenent els valors màxims de la velocitat i als períodes de 1s i 0,5 s, respectivament. La diferència de fase és de π radiants quan estan en oposició de fase. Això passa a 0,5 s i a 1,5 s (en aquests moments cada objecte està a un extrem diferent, amb v=0).

45. PAU 2016 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 3 (Opció A)

OPCIÓ A

P3)
a)

0.2 p $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{83\times10^3} = 4{,}1\times10^{-3}\,m = 4{,}1mm$

0.2 p $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{83\times10^3} = 1{,}20\times10^{-5}\,s = 12\mu s$

0.3 p $y(x,t) = A\sin(\omega t - kx))$

Diferència de fase $= kx_1 - kx_2$

0.3 p $\text{Diferència de fase} = \frac{2\pi}{4{,}1\times10^{-3}}(1{,}503-1{,}500) = 4{,}60rad$

(també seria vàlid $2\pi - 4{,}60 = 1{,}69rad$)

b)

0.2 p $I = \frac{W}{4\pi R^2}$ on W és la potència de l'ultrasò reemès pel mosquit

0.3 p $\frac{I_{dreta}}{I_{esquerra}} = \frac{R^2_{esquerra}}{R^2_{dreta}} = \frac{34^2}{33^2} = 1{,}06$

$$\left.\begin{array}{l} L_{dreta} = 10\log\frac{I_{dreta}}{I_0} \\ L_{esquerra} = 10\log\frac{I_{esquerra}}{I_0} \end{array}\right\} L_{dretra} - L_{esquerra} = 10\log\frac{I_{dreta}}{I_0} - 10\log\frac{I_{esquerra}}{I_0} =$$

$$= 10\log\frac{\frac{I_{dreta}}{I_0}}{\frac{I_{esquerra}}{I_0}} = 10\log\frac{I_{dreta}}{I_{esquerra}} = 10\log 1{,}06 = 0{,}26dB$$ **0.5 p**

46. PAU 2016 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1 (Part comuna)

P1)

a) Si el motor realitza $1,91 \cdot 10^3$ rpm, la seva freqüència angular serà:

$$\omega \;=\; 1,91 \cdot 10^3 \frac{\text{voltes}}{\text{minut}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{volta}} \times \frac{\text{minut}}{60\text{s}} \;=\; 200 \text{ rad/s} \;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

L'equació del MVHS és:

$$x(t) \;=\; A\ \sin(\omega t + \phi)$$

D'altra banda: $2\ A \;=\; 20,0$ cm, per tant $A \;= 10,0$ cm $\boxed{\mathbf{0.2}}$

Com que: $x(t=0) \;=\; \pm A \Rightarrow\ \phi \;=\; \pm\pi/2$ el que és el mateix:

$$x(t) \;=\; A\ \sin(\omega t \pm \pi/2) \text{ m} \;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

(també seria vàlida la solució: $x(t) \;=\; \pm A\ \cos(\omega t + \phi)$ amb $\phi = 0$)

D'altra banda:

$$v(t) \;=\; \pm A\omega\ \cos(\omega t \pm \pi/2) \text{ m/s} \;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant:

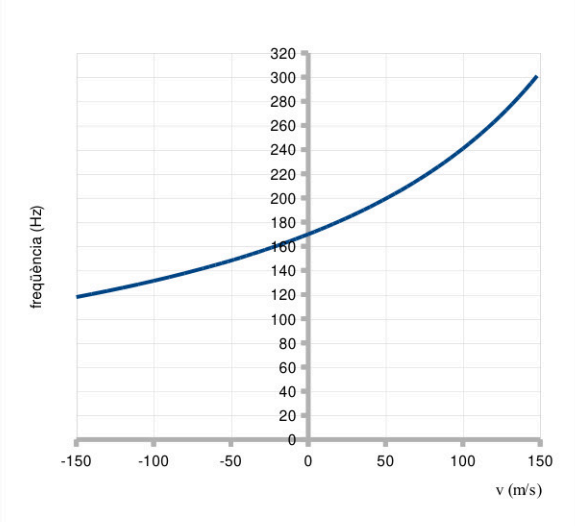
$$v_{\text{màxima}} \;=\; A\omega \;=\; 20,0 \text{ m/s} \;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS ve donada per: $k \;=\; \omega^2\ m$ $\boxed{\mathbf{0.4}}$ de manera que la força recuperadora màxima en un MVHS és:

$$F_{màxima} \;= k\ A\ \boxed{\mathbf{0.2}} \;=\; 800 \text{ N} \;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

47. PAU 2015 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 2 (Part comuna)

P2)



a)

0,2 Mostra la variació de la freqüència amb la velocitat de la font.
→ **Efecte Doppler**

0,2 Segons la gràfica, una font amb v=+100m/s la sentim amb f=240 Hz i una font amb v = -100 m/s amb f=130 Hz. La freqüència més alta ha de correspondre a la font acostant-se a nosaltres, per tant el canvi serà:

0,4 $f_{final} - f_{inicial} = 130 - 240 = -110$ Hz,

0,2 La freqüència **disminuirà.**

b)

0,1 $L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}$

0,2 $I = I_0 10^{\frac{L_I}{10}} = \left(1 \times 10^{-12}\right) \times 10^{6.5} = 3{,}2 \times 10^{-6} W/m^2$ 0.1

0,2 Aquesta intensitat correspon a 25 m, tal com es veu a la taula.

0,2 $Potència = I \times 4\pi R^2$

0,2 $P = 3{,}2 \times 10^{-6} \times 4\pi (25)^2 = 0{,}025 W$

48. PAU 2015 · Juny · Sèria 2 · Exercici 1 (Part comuna)

P1)

a)

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= A\sin(\omega t) \\ a &= \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -A\omega^2\sin(\omega t) \end{aligned}\right\}$$ 0.2

0.2 $\Sigma F_{recup} = ma$

0.2 $$\left.\begin{aligned} -kx(t) &= ma(t) \\ -kA\sin(\omega t) &= -m\omega^2 A\sin(\omega t) \end{aligned}\right\} k = m\omega^2$$ 0.2

0.2 $k = 1{,}58\times10^{-3}(2\pi\times12)^2 = 9{,}0N/m$

b)

0.3 $$m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{9{,}0}{\left(2\pi\frac{1}{0{,}12}\right)^2} = 0{,}0033kg$$

0.4 L'acceleració és màxima quan el $\sin(\omega t) = 1$; $|a_{max}| = \omega^2 A$

0.3 $$a_{max} = 2{,}0\times10^{-3}\left(2\pi\frac{1}{0{,}12}\right)^2 = 5{,}5m/s^2$$

49. PAU 2015 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4 (Opció B)

P4)

a)

0.2 $A_0 = 0{,}5m\,;\ f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}Hz\,;\ \omega = 2\pi f = 2\pi \times \frac{1}{2} = \pi\ rad/s$

0.4 $y(t) = A_0 \sin(\omega t + \delta)$

Con que: $y(t=0) = A_0 \Rightarrow \sin(\omega t + \delta) = 1 \Rightarrow \delta = \pm\frac{\pi}{2}$

(també seria vàlida la solució: $y(t) = \pm A_0 \cos(\omega t + \delta)$ amb $\delta = 0$)

0.4 Per tant, l'equació del moviment de la boia és: $y(t) = (0.5m)\sin\left(\pi t \pm \frac{\pi}{2}\right)$

b)

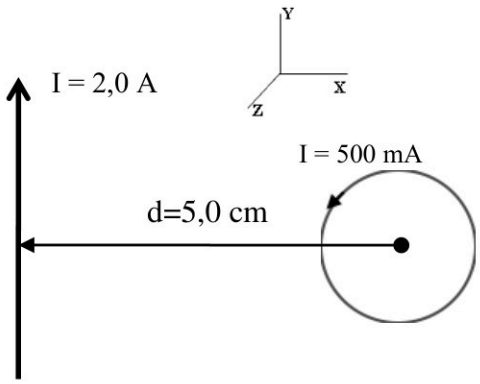
0.2 $v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \pm\omega A_0 \cos(\omega t + \delta)$

0.2 La velocitat es màxima quan el $\cos(\omega t + \delta) = 1$

$$v_{max} = \pm\omega A_0 = \pm 0.50\pi = \pm 1{,}6m/s$$

0.2 $E_{c,max} = \frac{1}{2}mv^2_{max}$

0.4 $E_C = \frac{1}{2}1{,}5 \cdot (1.6)^2 = 1{,}85J \approx 1.9J$



50. PAU 2015 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5 (Opció A)

P5)

a)

0.2

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

0.8

$$\lambda_{agut} = \frac{340}{1174,7} = 0,290m$$

$$\lambda_{greu} = \frac{340}{261,7} = 1,30m$$

b)

0.1

$$L_I = 10\log\frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 10^{\frac{L_I}{10}}$$

0.4

$$I = 10^{-12} \times 10^{8} = 10^{-4} W/m^2$$

0.2

$P = IA$ on A és l'àrea d'una esfera centrada en la posició on es troba la soprano i el radi és la distància a l'observador

0.3

$$P = I \cdot 4\pi R^2 = 0,126W$$

51. PAU 2014 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 5 (Opció A)

P5)

a) El període d'oscil·lació d'una molla ve donat per l'expressió:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow m = \frac{k}{4\pi^2}T^2 \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant si llegim un valor de m i el seu valor corresponent de T^2 sobre la recta, obtindrem el valor de k:

$$k = \frac{4\pi^2\,1,9\,\text{kg}}{0,5\,\text{s}^2} = 150\,\text{N/m}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

L'energia total és:

$$E_T = \frac{1}{2}k\,A^2\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 0,75\,\text{J}$$

L'energia cinètica màxima l'obtindrem quan la seva energia potencial sigui zero i en aquest cas serà igual a l'energia total: $\Rightarrow$

$$E_{c_{màxima}} = 0,75\,\text{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{150}{1,5}} = 10\,\text{rad/s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$a_{maàxima} = A\,\omega^2 = 20\,\text{m/s}^2\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

En aquest cas l'energia total de la oscil·lació és:

$$E_T = \frac{1}{2}k\,A^2 = 3\,\text{J}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

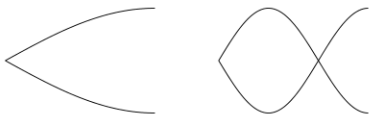
Per parar la oscil·lació la força de fregament farà un treball igual a l'energia total de la oscil·lació:

$$W_{fregament} = 3\,\text{J}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

52. PAU 2014 · Setembre · Sèrie 5 · Exercici 5 (Opció B)

P5)

a) De forma esquemàtica podem representar les situacions de ressonància en les gràfiques següents:



$\boxed{\mathbf{0.2}}$

La relació entre la longitud d'un tub sonor i la longitud d'ona en condició de ressonància és:

$$L_n = \frac{\lambda}{4}(1+2n)\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

$$L_n - L_{n-1} = \frac{\lambda}{4}(1+2n) - \frac{\lambda}{4}(1+2(n-1)) = \frac{\lambda}{2}\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 0,57\,\text{m} - 0,19\,\text{m} = 0,38\,\text{m} \Rightarrow \lambda = 0,76\,\text{m}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

La velocitat del so serà:

$$v_{so} = \lambda\nu = 334\,\text{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La intensitat de so rebuda serà:

$$I = \frac{P_T}{4\pi d^2}\ \boxed{\mathbf{0.3}} = 8,84\cdot10^{-5}\,\text{W/m}^2\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tant el nivell de só en dB serà:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} = \boxed{\mathbf{0.3}} = 79\,\text{dB}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

53. PAU 2014 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5 (Opció A)

P5)

a) Com que la trompeta conté un extrem tancat i un altre obert, la condició per les possibles ones estacionàries dins de la seva cavitat és

$$l_0 = \frac{\lambda_n}{4} + \frac{\lambda_n}{2}\, n = \frac{\lambda_n}{4}(2n+1) \;\; n = 0, 1, 2, 3, \ldots \boxed{\mathbf{0.2}}$$

D'aquesta relació obtenim que les possibles ones estacionaries a la trompeta tenen longituds d'ona

$$\lambda_n = \frac{4l_0}{2n+1} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Tanmateix, essent $\lambda = v/f$ on v és la velocitat del so al medi i f la freqüència de l'ona, resulta

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{4l_0}(2n+1) \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Això doncs, amb n=0, 1 i 2 obtenim els valors

$$\left.\begin{array}{c} n=0 \\ \lambda_0 = \frac{4\times 0{,}975}{1} = 3{,}90\,\mathrm{m} \\ f_0 = \frac{340}{4\times 0{,}975} = 87.2\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}} \quad \left.\begin{array}{c} n=1 \\ \lambda_1 = \frac{4\times 0{,}975}{3} = 1{,}30\,\mathrm{m} \\ f_1 = \frac{340}{4\times 0{,}975} 3 = 262\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}} \quad \left.\begin{array}{c} n=2 \\ \lambda_2 = \frac{4\times 0{,}975}{5} = 0{,}78\,\mathrm{m} \\ f_2 = \frac{340}{4\times 0{,}975} 5 = 436\,\mathrm{Hz} \end{array}\right\} \boxed{\mathbf{0.1}}$$

b) L'ona ressonant dins de la cavitat de la trompeta correspon al segon mode de vibració, es a dir, al mode $n = 1$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$ de les expressions anteriors. Això doncs hauria de ser $l = 3\lambda/4$. Com que $\lambda = v/f$, resulta

$$l = \frac{3}{4}\lambda = \frac{3}{4}\left(\frac{v}{f}\right) = \frac{3\times 340}{4\times 247} = 1{,}03\,\mathrm{m}\;. \boxed{\mathbf{0.4}}$$

La variació en la longitud de la cavitat recorreguda per l'aire quan es prem el segon pistó és, per tant,

$$l_1 = l - l_0 = 1{,}03 - 0{,}975 = 5{,}5\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \boxed{\mathbf{0.4}}$$

54. PAU 2014 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5 (Opció B)

P5)

a) El nivell d'intensitat β mesurat en dB es defineix com:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0} \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow 50 = 10\log\frac{I}{10^{-12}} \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^5 \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow I = 10^{-7}\,\mathrm{W/m^2} \boxed{\mathbf{0.3}}$$

b) La intensitat en funció de la potència ve donada per l'expressió:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow P = 10^{-7}\,4\pi\,7^2 = 6{,}2\cdot 10^{-5}\mathrm{W} \boxed{\mathbf{0.2}}$$

Deixàrem de percebre el so quan la seva intensitat sigui igual a la del llindar:

$$I = I_0 \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow \frac{6{,}2\cdot 10^{-5}}{4\pi r^2} = 10^{-12} \Rightarrow r = 2{,}2\cdot 10^3\mathrm{m}$$

Per tant deixarem de percebre el so a partir d'una distància de $2{,}2\cdot 10^3$ m $\boxed{\mathbf{0.2}}$

55. PAU 2014 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5 (Opció A)

P5)

a) Per fer cada punt la màquina de cosir ha de fer una oscil·lació completa, per tant tindrem:

$$\nu = \frac{1800\text{punts}}{60\text{s}} = 30\,\text{Hz}\ \boxed{\mathbf{0.3}}$$

Dues vegades l'amplitud del moviment serà igual a 20 mm $\Rightarrow$ A = 10 mm = 0,01 m $\boxed{\mathbf{0.3}}$ L'equació del moviment serà:

$$y(t) = A\cos(2\pi\nu t)\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 0.01\cos(1,88\cdot 10^2 t)\,\text{m}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

En el cas de que fessin servir la funció sinus enlloc del cosinus haurien de posar-hi una fase addicional de $\frac{\pi}{2}$

b)

$$v_y(t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -2\pi\nu A\sin(2\pi\nu t)\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow v_y(\text{màxima}) = 2\pi\nu A = 1,88\,\text{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

$$a_y(t) = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = -4\pi^2\nu^2 A\cos(2\pi\nu t)\ \boxed{\mathbf{0.3}} \Rightarrow a_y(\text{màxima}) = 4\pi^2\nu^2 A = 3,55\cdot 10^2\,\text{m/s}^2\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

56. PAU 2014 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5 (Opció B)

P5)

a) La relació entre la longitud d'ona dels harmònics d'una corda i la longitud d'aquesta ve donada per l'expressió:

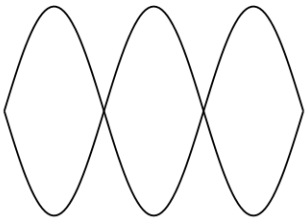
$$n\frac{\lambda}{2} = L\,(n = 1, 2, 3...)\ \boxed{\mathbf{0.2}} \Rightarrow$$

El node fonamental el tindrem per $n = 1$, per tant: $\lambda = 2\,L = 64\text{cm}$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$. Els ventres estaran just al mig i els nodes un a cada extrem $\boxed{\mathbf{0.2}}$

La velocitat de propagació serà:

$$v_p = \lambda\,\nu\ \boxed{\mathbf{0.2}} = 0,64\,\text{m}\,196\,\text{Hz} = 125\text{m/s}\ \boxed{\mathbf{0.2}}$$

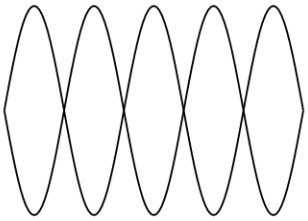
b) Tercer harmònic:



$\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L\ \boxed{\mathbf{0.1}} = 21,3\,\text{cm} \Rightarrow \nu_3 = \frac{v_p}{\lambda_3} = 587\,\text{Hz}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

Cinqué harmònic:



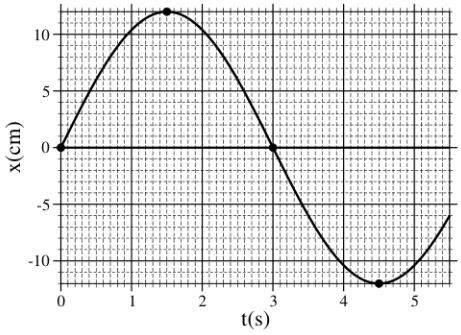
$\boxed{\mathbf{0.3}}$

$$\lambda_5 = \frac{2}{5}L\ \boxed{\mathbf{0.1}} = 12,8\,\text{cm} \Rightarrow \nu_5 = \frac{v_p}{\lambda_5} = 977\,\text{Hz}\ \boxed{\mathbf{0.1}}$$

57. PAU 2013 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 4 (Opció A)

P4)

a) A partir de la gràfica:



es pot concloure que:

1- L'amplitud és: $A = 12$ cm **0.2**

2- El període és: $T = 2 \times 3 = 6,0$ s **0.2**
i la freqüència angular és: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} = 1.0$ rad/s **0.2**

3- La fase inicial és:

$$x(t) = A\,\sin(\omega t + \phi_0) \Rightarrow 0 = 12\,\sin(\phi_0) \Rightarrow \sin(\phi_0) = 0.0 \Rightarrow \phi_0 = 0.0$$ **0.4**

(en el cas que facin servir la funció cosinus, la fase inicial ha de ser: $\frac{\pi}{2}$)

b) L'equació del moviment serà:

$$x(t) = 12\,\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)\ \text{cm}$$ **0.4** (ó $x(t) = 12\,\cos(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{2})$)

La constant de la molla ve donada per l'expressió:

$$K = m\omega^2 = 0.25 \times \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 = 2,7 \cdot 10^{-1}\,\text{N/m}$$ **0.3**

L'energia mecànica del cos és:

$$E = \frac{1}{2}\,K\,A^2 = 1.9 \times 10^{-3}\ \text{J}$$ **0.3**

58. PAU 2013 · Setembre · Sèrie 1 · Exercici 4 (Opció B)

P4)

a) De l'esquema veiem que la llargada del clarinet (L) és:

$$L = \lambda_3 + \frac{\lambda_3}{4} = \frac{5\lambda_3}{4} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4L}{5} \boxed{\mathbf{0.4}}$$

Per altre banda:

$$v_{so} = \lambda_3 \, \nu_3 = \boxed{\mathbf{0.2}} \frac{4L}{5} \, \nu_3$$

Per tan:

$$L = \frac{5v_{so}}{4\nu_3} = \frac{5 \, . \, 340}{4 \, . \, 637} = 6,67 \cdot 10^{-1} \text{ m } \boxed{\mathbf{0.4}}$$

b) Si la intensitat del so augmenta el doble: $I_1 \rightarrow 2 \, I_1$ Nivell de sensació sonor inicial:

$$\beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \, dB \, \boxed{\mathbf{0.4}}$$

Nou nivell de sensació sonor, al augmentar la intensitat en un factor 2:

$$\beta_2 = 10 \log \left(\frac{2I_1}{I_0} \right) = 10 \log 2 + 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log 2 + \beta_1 \, \boxed{\mathbf{0.4}}$$

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2 = 3.01 \, dB$$

Per tan el nivell de sensació sonor augmenta en $3,01 \, dB$ $\boxed{\mathbf{0.2}}$

59. PAU 2013 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4 (Opció B)

P4)

a) L'energia potencial d'un moviment vibratori harmònic és $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ **0.1**, per tant:

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \;\Rightarrow\; 4 \;=\; \frac{1}{2}\; k\; 1^2 \;\Rightarrow\; k \;=\; 8{,}00\ \text{N/m}\ \boxed{\textbf{0.2}}$$

Per altre banda tindrem:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \;\Rightarrow\; 12 = \frac{1}{2}m(5{,}44)^2 \;\Rightarrow\; m \;=\; \frac{24}{5{,}44^2} = 8{,}11\cdot 10^{-1}\,\text{kg}\ \boxed{\textbf{0.2}}$$

Per l'energia total tinrem:

$$E \;=\; E_p \;+\; E_c \;=\; 12 \;+\; 4 \;=\; 16\,\text{J}\ \boxed{\textbf{0.5}}$$

b) La freqüència angular del moviment és $\omega^2 = k/m$ **0.1** i per tant

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{0{,}811}} = 3.14\,\text{rad/s}\ \boxed{\textbf{0.1}}$$

L'amplitud surt de l'expressió de la energia total del moviment:

$$E = \frac{1}{2}kA^2\ \boxed{\textbf{0.1}} \;\Rightarrow\; A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot 16}{8}} = 2{,}00\,\text{m}\ \boxed{\textbf{0.1}}$$

Per trobar la fase inicial hem d'anar a les condicions inicials, tot tenint present que l'equació general del moviment harmònic simple és

$$x(t) \;=\; A\;\cos(\omega\; t \;+\; \varphi)\ \boxed{\textbf{0.1}}$$

(També considerem correcte les expressions si partim de la elongació amb la funció sinus) i, per tant, a $t = 0$ resulta $x = A\cos\varphi$, $v = -A\omega\sin\varphi$. Amb $x(0) = 1\,\text{m}$ i $v(0) = -5.44\,\text{m/s}$, i els valor anteriors, obtenim

$$1 = 2\cos\varphi\ ;\ -5{,}44 = -2\ \cdot\ 3{,}14\sin\varphi \;\Rightarrow\; \cos\varphi = 0.5\ ;\sin\varphi = 0.86 \;\Rightarrow\; \tan\varphi \;=\; \frac{0{,}86}{0{,}5}\ \boxed{\textbf{0.1}} \Rightarrow$$

$$\varphi \;=\; \arctan\left(\frac{0.86}{0{,}5}\right) \;=\; 1{,}04\ \text{rad}\ \boxed{\textbf{0.1}}$$

Per tant l'equació del moviment és:

$$x(t) = 2\cos(3{,}14\ \text{rad/s}\ t + 1{,}04\ \text{rad})\ \text{m}\ \boxed{\textbf{0.3}}$$

60. PAU 2013 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 5 (Opció A)

P5)

a) El mode fonamental (1$^{\text{er}}$ harmònic) correspon a aquell on la longitud d'ona és el doble de la longitud de la corda:

$$\lambda_0 \;=\; 2\,L \;=\; 1,30\text{m}\;\boxed{\mathbf{0.5}}$$

La velocitat de propagació és:

$$v \;=\; \lambda_0\,\nu_0 \;=\; 1,3\cdot 330 \;=\; 429\ \text{m/s}\;\boxed{\mathbf{0.5}}$$

b) Per $d \;=\; 3$ m tenim $\beta \;= 30$ dB, si I_1 és la intensitat sonora de una guitarra $\Rightarrow$

$$\beta_1 \;=\; 10\,\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \;=\; 30\ \text{dB}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

Per tres guitarres: $I_3 \;=\; 3\,I_1\;\boxed{\mathbf{0.2}}$ i la sensació sonora serà:

$$\beta_3 \;=\; 10\,\log\left(\frac{I_3}{I_0}\right) \;=\; 10\,\log\left(\frac{3\,I_1}{I_0}\right) \;=\; 10\left[\log 3 \;+\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)\right] \;\Rightarrow$$

$$\beta_3 \;=\; 10\,\log(3) \;+\; 10\,\log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \;=\; 10\,\log(3) \;+\; 30 \;=\; 35\ \text{dB}\;\boxed{\mathbf{0.6}}$$

61. PAU 2013 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2 (Part comuna)

P2)

a) L'equació de un MVHS la podem escriure com (també considerem vàlida si enlloc de la funció cos es fa servir la funció sin:

$$x(t) \;=\; A\,\cos(\omega\,t \;+\; \phi)\;\boxed{\mathbf{0.1}}\;\Rightarrow\; v(t) \;=\; -A\,\omega\,\sin(\omega\,t \;+\; \phi)\;\boxed{\mathbf{0.1}}\;\Rightarrow$$

$$a(t) \;=\; -A\,\omega^2\,\cos(\omega\,t+\phi)\;\boxed{\mathbf{0.3}}\;\Rightarrow\; \text{a}_{\text{màxima}} \;=\; A\,\omega^2 \;=\; A\,(2\pi\,\nu)^2\;\boxed{\mathbf{0.3}}\;\Rightarrow\; A \;=\; \frac{\text{a}_{\text{màxima}}}{(2\pi\;\nu)^2} \;=\; 4,2{\cdot}10^{-3}\ \text{m}\;\boxed{\mathbf{0.2}}$$

b) La constant de recuperació en un MVHS la podem deduir a partir de:

$$a(t) \;=\; -\omega^2\,x(t)\;\boxed{\mathbf{0.2}}\;\Rightarrow\; -\,k\,x \;=\; m\,a \;=\; -\,m\,\omega^2\,x\;\boxed{\mathbf{0.2}}\;k \;=\; m\,\omega^2\;\boxed{\mathbf{0.2}} \;=\; 85{\cdot}(2\pi{\cdot}6)^2 \;=\; 1,2{\cdot}10^5\ \text{N/m}\;\boxed{\mathbf{0.4}}$$

62. PAU 2012 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 4 (Opció B)

P4)

a)

$$v = \lambda\,\nu \Rightarrow \lambda = \frac{340\ \text{m/s}}{300\ \text{s}^{-1}} = 1,13\ \text{m}\ [\mathbf{0.4}]$$

$$\omega = 2\pi\nu = 1,88\times10^{3}\ \text{rad/s}\ [\mathbf{0.3}]$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 3,33\times10^{-3}\ \text{s}\ [\mathbf{0.3}]$$

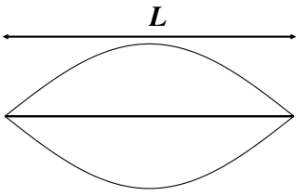
b) b1. La freqüència enregistrada per l'observador serà major i la longitud d'ona menor. Una justificació suficient pot ser citar l'efecte Doppler o representar els fronts d'ona.

b2. Ni la freqüència ni la longitud d'ona canviaran. Justificació suficient: indicar que no hi ha hagut canvi de medi, o representar els fronts d'ona o indicar que a la reflexió únicament canvia la direcció de propagació.

Cada apartat acertat[**0.5**]

63. PAU 2012 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 5 (Opció A)

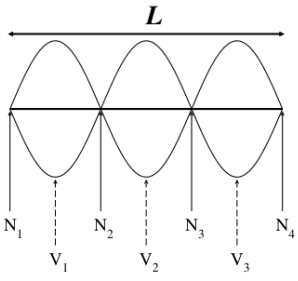
P5)

a) 

[**0.2**]

$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L = 156\ \text{cm}\ [\mathbf{0.4}]$$

$$v = \lambda_1\,\nu_1 = 1.56\cdot220 = 343\ \text{m/s}\ [\mathbf{0.4}]$$

b) 

[**dibuix del perfil: 0.3**] [no cal que indiquin els N i V]

$$L = 3\,\frac{\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3} = 52.0\ \text{cm}$$

Posicions dels N i els V des de l'extrem esquerra de la corda:

$$x(N_1) = 0.00;\ x(N_2) = 26.0\ \text{cm};\ x(N_3) = 52.0\ \text{cm};\ x(N_4) = 78.0\ \text{cm}\ [\mathbf{0.4}]$$

$$x(V_1) = 13.0\ \text{cm};\ x(V_2) = 39.0\ \text{cm};\ x(V_3) = 65.0\ \text{cm}\ [\mathbf{0.3}]$$

[si indiquen on estan els N i V i no calculen les posicions, resteu **0.3**]

64. PAU 2012 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2 (Part comuna)

P2)

a) El sistema es trobarà a la seva posició d'equilibri a una distància d tal que la força de la gravetat i la de restauració de la molla es compensin

$$-k(d-l)+mg=0\ [\mathbf{0.5}]$$

d'on obtenim

$$d=l+\frac{mg}{k}=0.2+\frac{0.020\cdot 9.81}{4}=0.249\,\text{m}\ =\ 24.9\ \text{cm}[\mathbf{0.5}]$$

b) A l'afegir una segona massa a la plataforma, la massa total del conjunt passa a ser $20+300=320\,\text{g}$, es a dir 0,32 kg. Si desplacem el conjunt 10 cm de la seva nova posició d'equilibri i el deixem anar, aquest realitza un moviment harmònic simple d'amplitud $A=0.1\,\text{m}$. Al tornar a passar per la posició d'equilibri, tota la seva energia és cinètica i podem escriure

$$\frac{1}{2}\,kA^2=\frac{1}{2}\,mv^2\ [\mathbf{0.5}]$$

d'on trobem

$$v=A\sqrt{\frac{k}{m}}=0.1\sqrt{\frac{4}{0.32}}=0.354\,\text{m/s}\ =\ 35.4\ \text{cm/s}[\mathbf{0.5}]$$

65. PAU 2012 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4 (Opció A)

P4)

a) En un M.V.H.S. tenim:

$$\vec{F}\ =m\,\vec{a}\Rightarrow\ -k\,y\ =\ m(-\omega^2\,y)\Rightarrow\ k\ =\ m\frac{4\pi^2}{T^2}\Rightarrow\ T^2\ =\ \frac{4\pi^2}{k}\,m\ [\mathbf{0.2}]$$

per tant el pendent de la recta que representem és $\frac{4\pi^2}{k}$ **[0.2]**, que passa per l'origen de coordenades. A partir de la gràfica veiem que per m=100 g, aproximadament tenim T^2=0,44 s^2 d'aquí podem deduir que:

$$k\ =\frac{4\pi^2 m}{T^2}\ =\ \frac{4\pi^2\cdot 0.1}{0,44}\ =\ 8,97\ \text{N/m}\ [\mathbf{0.4}]$$

Si fem la mesura per m = 32g, llegint directament de la gràfica veiem que T^2 = 0,14 s^2; per tant T = 0,37 s; si ho fem a partir del valor de la k tindrem:

$$T\ =\ 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ =\ 0.38\text{s}\ [\mathbf{0.2}]$$

b) Per les condicions que ens diu el problema la posició de la massa obeïx la següent equació:

$$y(t)\ =\ A\ \cos(\omega t+\pi)\Rightarrow\ v(t)\ =\ -A\omega\ \sin(\omega t+\pi)\Rightarrow\ a(t)\ =\ -A\omega^2\ \cos(\omega t+\pi)\ =\ -\,\omega^2\ y(t)\ [\mathbf{0.4}]$$

$A=10\,\text{cm}=0.1\,\text{m}$, $T^2(m=100g)\ =\ 0.44s^2$ **[0.2]** $\rightarrow\omega\ =\ \frac{2\pi}{T}\ =\ 9.47\,\text{rad/s}$ **[0.2]** $y(t=3s)\ =\ 9,91\times10^{-2}$ m; $a(t=3s)\ =\ -8,89\ \text{m/s}^2$ **[0.2]**

66. PAU 2012 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 4 (Opció B)

P4)

a) $\nu = 25$ Hz, $\lambda = 0,24$ m, **[0.1]** $v = \lambda\,\nu = 6,00$m/s **[0.2]** $\omega = 2\pi\nu = 157$ rad/s **[0.1]**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 26,2\text{m}^{-1}\ [\mathbf{0.2}]$$

Solució general (pot ser amb sinus o cosinus, però el signe de kx ha de ser negatiu):

$$y(x,t) = A\ \sin(\omega t - kx + \phi)\ [\mathbf{0.1}]$$

Condicions inicials: $y(0,0) = 0 \Rightarrow \phi = 0$, **[0.1]** per tant:

$$y(x,t) = 0.03\ \sin\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right]\ y \text{ en m},\ t \text{ en s i } x \text{ en m}, [\mathbf{0.2}]$$

També és vàlida la solució:

$$y(x,t) = A\ \cos(\omega t - kx + \phi),\ \text{amb}\ \phi = \pm\frac{\pi}{2}$$

b)

$$v(x,t) = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1.5\pi\ \cos\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right],\ [\mathbf{0.3}]$$

$$v(x=6,t=3) = 1.5\pi\ \cos(100\pi) = 1.5\pi = 4,71\ \text{m/s}\ [\mathbf{0.2}]$$

$$a(x,t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -75\pi^2\ \sin\left[50\pi(t - \frac{x}{6})\right],\ [\mathbf{0.3}]$$

$$a(x=6,t=3) = -75\pi^2\ \sin(100\pi) = 0,00\ [\mathbf{0.2}]$$

67. PAU 2011 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 1

P1)

a) Moviment oscilatori hàrmonic:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)\ [\mathbf{0,5}]$$

$$v_{max} = A\omega = 0{,}2 \times 2\,\pi \times 0{,}678 = 0{,}852\ m/s\ [\mathbf{0,5}]$$

b) Un moviment vibratori hàrmonic sempre està associat a una força recuperadora que en aquest cas la podem interpretar com la d'una molla:

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2\,x(t)$$

$$m\,a = -m\,\omega^2\,x = -k\,x \Rightarrow k = m\,\omega^2\ [\mathbf{0,5}]$$

on aquesta constant k depend de les característiques de l'aparell (BMMD), per tant podem escriure:

$$k = 60\,(2\,\pi\,0,678)^2 = 1{,}089 \times 10^3 N\,m\ [\mathbf{0,25}]$$

$$m = \frac{k}{(2\,\pi\,0,6064)^2} = 75kg\ [\mathbf{0,25}]$$

68. PAU 2011 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 3 (Opció A)

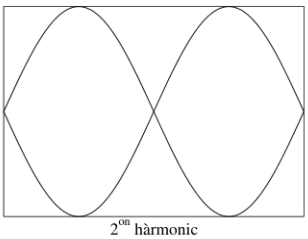
OPCIÓ A
P3)

a) Una corda de guitarra té 2 nodes en cadascun dels seus extrems, en l'hàrmonic fonamental tindrà un ventre en el punt del mig de la corda. **[0.25]** La λ serà $2L \Rightarrow \lambda = 1,3m$ **[0.25]**

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \Rightarrow v = 1,3 \times 440 = 572m/s \ [\mathbf{0,5}]$$

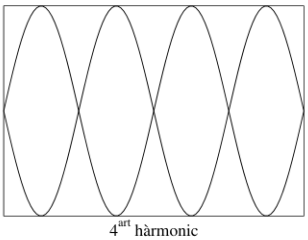
b)

$$\lambda_2 = L = 0{,}65m; \quad \nu_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{572}{0{,}65} = 880Hz \ [\mathbf{0,5}]$$



2^{on} hàrmonic

$$\lambda_4 = \frac{L}{2} = 0{,}325m; \quad \nu_4 = \frac{v}{\lambda_4} = \frac{572}{0{,}325} = 1760Hz \ [\mathbf{0,5}]$$



4^{art} hàrmonic

69. PAU 2011 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 3 (Opció A)

OPCIÓ A
P3)

a) El primer hàrmonic correspon a la freqüència fonamenatal: $\nu = 235Hz$. Per aquest estat vibracional la longitud total és igual a la meitat de la longitud d'ona: $L = \frac{\lambda}{2}$ **[0.5]**.

Per altre banda:

$$\nu = \frac{v_{so}}{\lambda} \Rightarrow L = \frac{v_{so}}{2\nu} = \frac{340m/s}{2 \times 235Hz} = 0,72m \ [\mathbf{0.5}]$$

b) El nivell d'intensitat β mesurat en decibels (dB) es defineix com:

$$\beta(I) = 10 \log \frac{I}{I_0}(dB), I_0 : \text{llindar de referència}, I_0 = 10^{-12}W/m^2 \ [\mathbf{0.2}]$$

$$116 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow 11,6 = \log(I) - \log(10^{-12}) = \log(I) + 12$$

$$\log(I) = 11,6 - 12 = -0,4 \Rightarrow I = 10^{-0.4} \sim 0,4W/m^2 \ [\mathbf{0.2}]$$

L'intensitat del so és inversament proporcional al quadrat de la distancia: **[0.2]**

$$I' \, d'^2 = I \, d^2 \Rightarrow I' = \frac{I \, d^2}{d'^2} = \frac{0.4 \, 1}{50^2} = 1,6 \times 10^{-4} \, W/m^2 \ [\mathbf{0.2}]$$

El nombre de dB percebuts llavors serà:

$$\beta = 10 \log \left(\frac{1,6 \times 10^{-4}}{10^{-12}} \right) = 82 \, \text{dB} \ [\mathbf{0.2}]$$

70. PAU 2011 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 4 (Opció A)

P4)

a) L'energia mecànica en un moviment hàrmonic és constant i ve donada per: $E_M = \frac{1}{2}k\ A^2$, per tant el pendent de la recta és: $\frac{E_M}{A^2} = \frac{1}{2}\ k$ **[0.25]** $\Rightarrow \frac{1}{2}\ k = \frac{8-2}{0.04-0.01} = 200J/m^2 = 200N/m \Rightarrow k = 400N/m$ **[0.25]**

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{10\sqrt{2}}{\pi} = 4.5Hz\ \textbf{[0.5]}$$

b) La velocitat en un moviment hàrmonic simple es escriure com: $v\ = A\ \omega \cos(\omega\ t)$ **[0.5]**
Per tant la velocitat màxima serà: $v_{max} = A\omega = A2\pi\nu$ **[0.25]**
$v_{max} = 4m/s$ **[0.25]**

71. PAU 2011 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 1

P1)

a) Els punts on la velocitat és zero corresponen als punts on es produeixen: la màxima compressió i el màxim estirament de la molla, la distacia entre aquests dos punts serà igual a dues vegades l'amplitud: $2\ A\ =\ 0{,}5\ m\ \Rightarrow\ A\ =\ 0{,}25\ m$ **[0.2]**
En un moviment oscilatori hàrmonic:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)$$

per tant la màxima velocitat serà: $v_{màxima}\ =\ A\ \omega$ **[0.2]**

$$E_{c_{màxima}}\ = \frac{1}{2}\ m\ v^2_{màxima}\ =\ \frac{1}{2}\ m\ (A\ \omega)^2$$
$$\omega\ =\ \sqrt{\frac{2\ E_{c_{màxima}}}{m\ A^2}}\ = 40\ rad/s\ \textbf{[0,2]}$$
$$\nu\ =\ \frac{\omega}{2\pi}\ =\ 6,37Hz,\ T\ =\ \frac{1}{\nu}\ =\ 0,157s\ \textbf{[0,2]}$$

No tenim fregament, per tant l'energia mecànica es conserva $\Rightarrow E_{Total}\ =\ E_{c_{màxima}}\ =\ \frac{1}{2}K\ A^2\ \Rightarrow K\ =\ \frac{2\ E_{c_{màxima}}}{A^2}\ =\ 480N/m$ **[0,2]**

b) Si recordem les expressions:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = -A\omega\sin(\omega t + \phi_0)$$

Tindrem $E_{c_{màxima}}$, quan v(t=0) $= \pm\ v_{màxima}$ i per tant $\phi_0\ =\ \pm\ \frac{\pi}{2}$ i com a conseqüència

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)\ =\ \pm A\sin(\omega t)$$
$$v(t) = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t}\ =\ \pm\ A\omega\ \cos(\omega t)$$
$$a(t) = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}\ =\ \mp\ A\omega^2\ \sin(\omega t)\ \textbf{[0,5]}$$

Per $t\ =\ 3s$, tindrem: $x(3s)\ =\ \pm 0,145\,m;\ v(3s)\ =\ \pm 8,14\,m/s;\ a(3s)\ =\ \mp 232\,m/s^2$ **[0.5]**

72. PAU 2011 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 4 (Opció A)

P4)

a) Llei de la refracció:

$$\frac{\sin\phi_1}{\sin\phi_2} = \frac{v_1}{v_2} \text{ [0,4]}$$

Prenem l'aigua com a medi 1 i l'aire com a medi 2 $\Rightarrow$ $\phi_1 = 60^o; v_1 = 1500 m/s; v_2 = 340 m/s$
Anem a trobar amb quin angle sortirà el so de l'aigua:

$$\phi_2 = \arcsin\left(\frac{v_2 \ \sin\phi_1}{v_1}\right) = 11,32^0 \text{ [0,4]}$$

Per tant els grills i les llagostes podran sentir el so de les balenes, sempre que siguin molt properes a la costa i dalt d'un penya-segat, ja que el so surt amb un angle molt petit respecte la vertical i per tant amb una trajectòria molt vertical. **[0.2]**

b) La freqüència no varia al passar d'un medi a un altre. **[0.25]** La velocitat d'una ona ve donada per l'expressió: $v = \lambda \nu$ **[0.25]**

Dins de l'aigua:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1500}{20} = 75 \ m \text{ [0,25]}$$

A l'aire:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{340}{20} = 17 \ m$$

que correpon a la longitud d'ona a la que rebran el so. **[0.25]**

73. PAU 2011 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 5 (Opció B)

P5)

a) Es tracta de la difracció [**0.25**]. Per a que sigui preceptible cal que la mida de l'orifici sigui comparable o menor a la longitud d'ona [**0.25**].

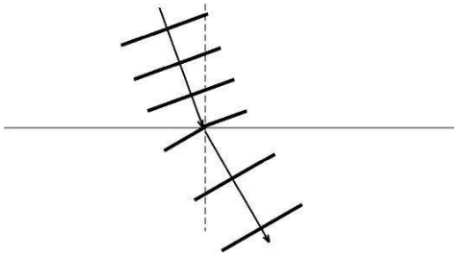
Exemples:

Un soroll que sentim al darrera d'una porta encara que no veiem a la persona que el fa.

La llum que passa per una petita escletxa ens pot arribar a iluminar lleugerament tota una habitació [**0.5**]

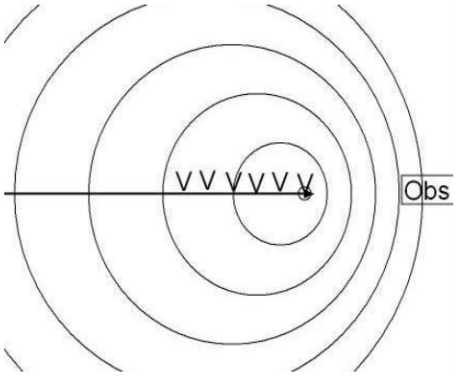
b)

1 Per a que estigui considerat correcte cal que el fronts d'ona estiguin més separats en el segon medi que en el primer, [**0.2**] que l'angle d'incidència sigui menor que el de refracció [**0.2**] i que ambdós siguin mesurats a partir de la normal. [**0.1**] Canvia la velocitat de propagació (ho diu l'enunciat) i augmenta



la longitud d'ona, però no canvia la freqüència. [**0.1**]

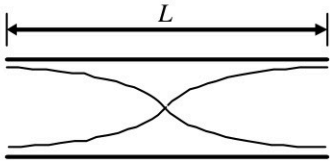
2 Cal que els fronts d'ona no siguin concèntrics i que la distància entre fronts sigui clarament menor pel costat de l'observador, que ha d'estar indicat d'alguna manera, que pel costat contrari. [**0.4**]



74. PAU 2010 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 4 (Opció A)

P4A

a)



[0,2]

harmònic fonamental: $\lambda_1 = 2L$ **[0,2]**

$v = \lambda f$; $f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} = 243\,\text{Hz}$ **[0,2]**

segon harmònic $\lambda_2 = L$; $f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L} = 486\,\text{Hz}$ **[0,2]**

tercer harmònic $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$; $f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = \frac{3v}{2L} = 729\,\text{Hz}$ **[0,2]**

b) una flauta: $\beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 65\,\text{dB}$ **[0,2]**

tres flautes: $\beta_3 = 10 \cdot \log \frac{3I}{I_0}$ **[0,3]**

$\beta_3 = 10 \cdot \log \frac{3I}{I_0} = 10\left(\log 3 + \log \frac{I}{I_0}\right) = 10 \cdot \log 3 + \beta_1 = 69{,}8\,\text{dB}$ **[0,5]**

75. PAU 2010 · Setembre · Sèrie 2 · Exercici 4 (Opció B)

P4B

a) $E_{potencial;\max} = \frac{1}{2} k x_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 125 \cdot 0{,}12^2 = 0{,}90\,\text{J}$ **[0,3]**

$E_{potencial;\max} = E_{cinetica;\max} = 0{,}90\,\text{J}$ **[0,3]**

$E_{cinetica;\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_{cinetica;\max}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}90}{0{,}2}} = 3{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,4]**

b) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 25{,}0\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,1]**

$\omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad f = 3{,}98\,\text{Hz}$ **[0,1]**; $T = \frac{1}{f} = 0{,}251\,\text{s}$ **[0,1]**

$x = A \sin(\omega t + \varphi)$ **[0,1]**

condicions inicials: $0{,}12 = 0{,}12 \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \varphi) \quad \Rightarrow \quad \sin\varphi = 1 \quad \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$ **[0,2]**

Equació del moviment: $x = 0{,}12 \cdot \sin\left(25t + \frac{\pi}{2}\right)$ (*t* en segons i *x* en metres) **[0,4]** [si no posen unitats 0,3]

Alternativament: $x = A\cos(\omega t + \varphi) \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}12 \cdot \cos(25t)$

76. PAU 2010 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2

P2

a) $\lambda = 0,40\,\text{m}$ **[0,2]**; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{0,40} = 5\pi = 15,7\,\text{m}^{-1}$ **[0,2]**;

$v = \lambda f$; $f = v/\lambda = 6,00/0,40 = 15\,\text{s}^{-1}$ **[0,2]** ; $T = \dfrac{1}{f} = 0,067\,\text{s}$ **[0,2]**

$\omega = 2\pi f = 30\pi\,\text{rad/s} = 94\,\text{rad/s}$ **[0,2]**

b) $y = A\cos(\omega t - kx + \varphi)$

condicions inicials: $y(0,0) = A \;\Rightarrow\; y(0,0) = A = A\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$ **[0,2]**;

$y = 2,0\cdot10^{-2}\cdot\cos(30\pi t - 5,0\pi x)$ (en m, si *t* en s) **[0,3]**

[si no posen les unitats] **[0,2]**

$v = \dfrac{dy}{dt} = -A\omega\sin(\omega t - kx + \varphi)$ **[0,1]**

$v(x = 10\text{m}) = -0,60\pi\cdot\sin(30\pi t - 50\pi)$ (en m/s, si *t* en s) **[0,2]**

[si no posen les unitats] **[0,1]**

$v_{\text{max}} = A\omega = 2,0\cdot10^{-2}\cdot30\pi = 0,6\pi = 1,9\,\text{m/s}$ **[0,2]**

[resolució alternativa: també s'admet si posen $y = A\sin(\omega t - kx + \varphi)$; valoreu-la anàlogament]

77. PAU 2010 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 3 (Opció A)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

78. PAU 2010 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 3 (Opció B)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

79. PAU 2010 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3 (Opció A)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

80. PAU 2010 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 3 (Opció B)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

81. PAU 2009 · Juny · Sèrie 3 · Exercici 2 (Opció B)

OPCIÓ B

P2

a) $F = k\Delta x \;\Rightarrow\; k = \dfrac{F}{\Delta x} = \dfrac{mg}{\Delta x} = \dfrac{10 \cdot 9{,}8}{0{,}02} = 4.900\,\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ **[0,3]**

$x = A\cos(\omega t + \theta_0)\;;\; \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{4.900}{10}} = 22{,}1\,\text{s}^{-1}$ **[0,2]**

Agafem el sentit positiu de l'eix X cap amunt i el seu origen en la posició d'equilibri.
Condicions inicials: $t = 0;\;\; x = -A\;;\; -A = A\cos\theta_0 \;\Rightarrow \cos\theta_0 = -1 \;\Rightarrow\; \theta_0 = \pi\,\text{rad}$ **[0,2]**
(També es pot agafar el sentit positiu de l'eix X cap avall. Llavors $\theta_0 = 0\,\text{rad}$)
$x = 0{,}03\cos(22{,}1t + \pi)$ (en metres) **[0,3]**

b) $v = \dot{x} = -0{,}03 \cdot 22{,}1\sin(22{,}1t + \pi) = -0{,}663\sin(22{,}1t + \pi)$ (en m/s) **[0,6]**
$v(5) = -0{,}663\sin(22{,}1 \cdot 5 + \pi) = -0{,}343\,\text{m/s}$ **[0,4]**

c) $F = -kx = -4.900 \cdot 0{,}03\cos(22{,}1t + \pi) = 147\cos(22{,}1t + \pi)$ (en N) **[0,6]**
$F(6) = 147\cos(22{,}1 \cdot 6 + \pi) = -117\,\text{N}$ **[0,4]**

El problema també es pot resoldre agafant una funció sinus per l'elongació. En aquest cas, valoreu la resolució de forma equivalent a la resolució anterior.

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb –0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3
1. A
2. B

Q4
1. C
2. A

82. PAU 2009 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2 (Opció A)

OPCIÓ A

P2

a)

Equació general: $y(x,t) = A\,sin(\omega t - kx + \varphi)$.

En el nostre cas, $y(x,t) = 0{,}03 \cdot sin(2\pi t - \pi x)$: A=0,03m, ω=2π rad/s; *k*=π rad/m; φ=0 **[0,3]**

$k = \frac{\omega}{v}$; $v = \frac{\omega}{k} = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,3]**

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\,\text{s}$ **[0,2]**; $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 2{,}0\,\text{m}$ **[0,2]**

b)

Velocitat d'oscil·lació: $v_{oscil} = \frac{dy}{dt} = A\omega cos(\omega t - kx + \varphi)$ **[0,2]**

En el nostre cas: $v_{oscil} = \frac{dy}{dt} = 0{,}19 \cdot cos(2\pi t - \pi x)$ **[0,4]**

$v_{\text{oscil MAXIMA}} = 0{,}19\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,4]**

c)

$y(x = 0{,}75; t = 2) = 0{,}03 \cdot sin(2\pi \cdot 2 - \pi \cdot 0{,}75) = -0{,}021\,\text{m}$ **[0,5]**

$v_{oscil}(x = 0{,}75; t = 2) = 0{,}03 \cdot 2 \cdot \pi cos(2\pi \cdot 2 - \pi \cdot 0{,}75) = -0{,}13\frac{\text{m}}{\text{s}}$ **[0,5]**

Q3

a) És una recta de pendent: $\frac{60 \cdot 10^{-3}}{0{,}6} = 0{,}1\frac{\text{T}}{\text{s}}$ **[0,2]**. Equació: $B = 0{,}1t$ (en T) **[0,3]**

b) Flux: $\Phi = B\,S = 0{,}1t\left(50 \cdot 10^{-4}\right) = 5 \cdot 10^{-4}\,t\ \ (\text{Wb})$ **[0,2]**

$|\varepsilon_{ind}| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = 5 \cdot 10^{-4}\ \text{V}$ **[0,3]**

Q4

L'energia mecànica del cometa es conserva, ja que només hi actua la força d'atracció gravitatòria que és conservativa. L'energia mecànica del cometa és igual a l'energia potencial gravitatòria més l'energia cinètica. **[0,4]**

En el punt de l'òrbita més proper al Sol, l'energia potencial gravitatòria, $E_p = -G\frac{Mm}{r}$, és mínima (mínima distancia), per tant, l'energia cinètica serà màxima i, per tant la velocitat del cometa en aquest punt serà màxima. **[0,3]**

Anàlogament, en el punt de l'òrbita més allunyat del Sol, la velocitat serà mínima. **[0,3]**

83. PAU 2008 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 2 (Opció B)

OPCIÓ B

P2

a) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{15}{0,380}} = 6,28\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,5]**; $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\,\text{s}$ **[0,5]**

Si directament escriuen: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,380}{15}} = 1\,\text{s}$ **[1]**

b) $x = A\cos(\omega t + \theta_0)$

condicions inicials: $t = 0; x = A \Rightarrow 0,10 = 0,10\cos(\omega\cdot 0 + \theta_0) \Rightarrow \cos\theta_0 = 1 \Rightarrow \theta_0 = 0\,\text{rad}$ **[0,4]**

equació del moviment: $x = 0,10\cdot\cos(6,28t)$ (en metres) **[0,6]**

El problema també es pot resoldre agafant una funció sinus per a l'elongació. En aquest cas, valoreu la resolució de forma equivalent a la resolució anterior. $x = 0,10\cdot\sin(6,28t + \pi/2)$

c) $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ **[0,5]**

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot(0,10^2 - 0,02^2) = 7,20\cdot 10^{-2}\,\text{J}$ **[0,5]**

Resolució alternativa. $v = \dot{x} = -0,10\cdot 6,28\cdot\sin(6,28t)$ **[0,2]**

en el punt situat a 2cm a la dreta de la posició d'equilibri:

$0,02 = 0,10\cdot\cos(6,28t) \Rightarrow \cos(6,28t) = 0,20 \Rightarrow 6,28t = 1,37\,\text{rad}$ **[0,3]**

velocitat d'aquest punt: $v(2\text{cm}) = -0,10\cdot 6,28\cdot\sin(1,37) = -0,615\,\text{m/s}$ **[0,3]**

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\cdot 0,380\cdot(-0,615)^2 = 7,19\cdot 10^{-2}\,\text{J}$ **[0,2]**

Les dues qüestions de l'opció B puntuen entre totes dues un mínim de 0 punts i un màxim de 2 punts. Una resposta correcta es puntua amb 0,50 punts, una resposta en blanc són 0 punts i una resposta errònia es puntual amb –0,25 punts. Si la suma de les notes de les dues qüestions és negativa puntueu amb un zero. No poseu puntuacions totals negatives

Q3

1. B
2. A

Q4

1. C
2. A

84. PAU 2008 · Juny · Sèrie 5 · Exercici 1

P1

a)) $E_{\text{total}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ **[0,4]**

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,75} = 8,38\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,1]**; $k = m\omega^2 = 2 \cdot 8,38^2 = 140\,\text{N/m}$ **[0,3]**

$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 140 \cdot \left(0,25^2 - 0,10^2\right) = 3,7\,\text{J}$ **[0,2]**

Solució alternativa: $x = A\cos\left(\omega t + \theta_0\right)$

El sentit positiu de les X és cap a la dreta. La posició d'equilibri correspon a x=0.

condicions inicials: $t = 0;\ \ A = A\cos\left(0 + \theta_0\right) \ \Rightarrow\ \cos\theta_0 = 1 \ \Rightarrow\ \theta_0 = 0$ **[0,2]**

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,75} = 8,38\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ **[0,1]**

per $x_1 = 0,10\,\text{m}:\ \ 0,10 = 0,25\cos\omega t \ \Rightarrow\ \ \omega t = \pm 1,16\,\text{rad}$ **[0,2]**

$v = \dot{x} = -A\omega\sin\left(\omega t\right)$ **[0,1]**

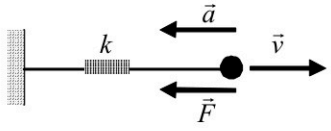
per $x_1 = 0,10\,\text{m}$ (i es mou cap a la dreta); $v_1 = -0,25 \cdot 8,38\sin\left(-1,16\right) = 1,92\,\text{m/s}$ **[0,3]**

$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,92^2 = 3,7\,\text{J}$ **[0,1]**

b) $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2}m\left(A\omega\right)^2$ **[0,7]**; $E_m = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(0,25 \cdot 8,38\right)^2 = 4,4\,\text{J}$ **[0,3]**

Solució alternativa: $E_{\text{total}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ **[0,7]**; $E_{\text{total}} = \frac{1}{2} \cdot 140 \cdot 0,25^2 = 4,4\,\text{J}$ **[0,3]**

c) $F = ma = m\omega^2 x$ **[0,4]**; $F_1 = 14,04\,\text{N}$ **[0,2]**



[0,4]

Q1

segona llei de Kepler: $T^2 = CR^3$

Terra: $T_T^2 = CR_T^3$; Júpiter: $T_J^2 = CR_J^3$ **[0,4]**

$\left(\frac{T_J}{T_T}\right)^2 = \left(\frac{R_J}{R_T}\right)^3$ **[0,3]**; $\Rightarrow\ \ R_J = R_T\left(\frac{T_J}{T_T}\right)^{2/3} = 771 \cdot 10^6\,\text{km}$ **[0,3]**

Q2

$Mv = 2Mv' \ \Rightarrow\ v' = v/2$ **[0,5]**

$\text{energia perduda}(\%) = \frac{E_{\text{inicial}} - E_{\text{final}}}{E_{\text{inicial}}} \cdot 100 = \frac{\frac{1}{2}Mv^2 - \frac{1}{2}\left(2M\right)v'^2}{\frac{1}{2}Mv^2} \cdot 100 = 50\%$ **[0,5]**

85. PAU 2007 · Setembre · Sèrie 3 · Exercici 2 (Opció B)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

86. PAU 2007 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2 (Opció A)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

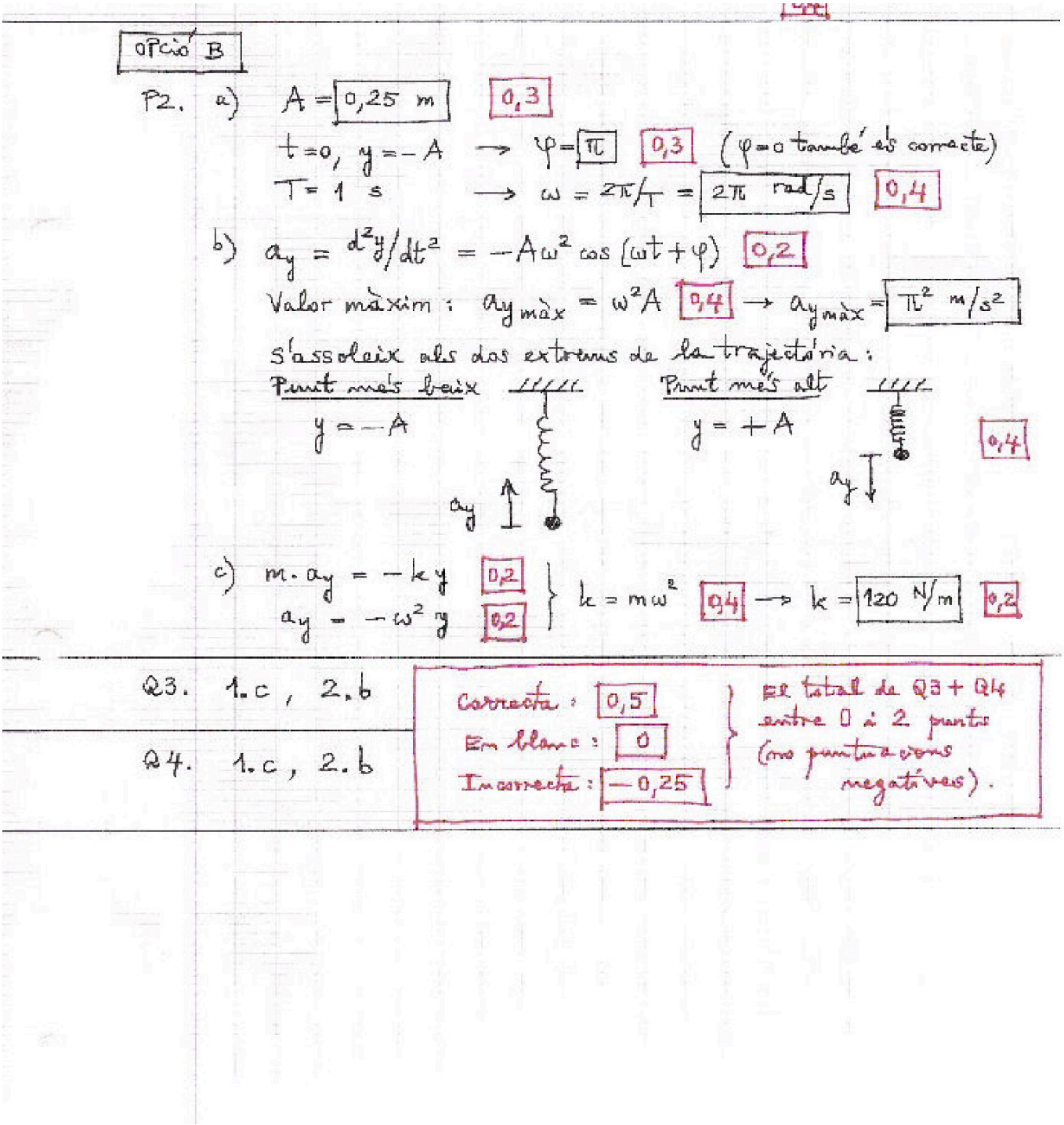
87. PAU 2007 · Juny · Sèrie 2 · Exercici 2 (Opció A)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

88. PAU 2006 · Setembre · Sèrie 4 · Exercici 2 (Opció A)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

89. PAU 2006 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2 (Opció B)



90. PAU 2005 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2 (Opció B)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

91. PAU 2005 · Juny · Sèrie 4 · Exercici 2 (Opció A)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.

92. PAU 2004 · Juny · Sèrie 1 · Exercici 2 (Opció A)

Solució no disponible: la pauta oficial no la inclou o no s'ha pogut localitzar.